

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Ecuaciones diferenciales - 202610
Taller 2

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

<https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25>

Grupos de **4 ó 5 personas**. No se permiten trabajos en grupos de tres, parejas o trabajos individuales.

Fecha límite de entrega: viernes 27 de marzo a mediodía por BloqueNeón.

Solo una de las personas debe enviarlo. No olvide escribir todos los nombres.

- (1) Resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$t^2 y'' - 3ty' + 4y = t^2 \ln t, \text{ para } t > 0.$$

- (2) Muestre que $y_1(t) = e^t$ es una solución a la ecuación. Luego encuentre la solución al problema suponiendo que $y(t) = u(t)y_1(t)$ y encontrando la función $u(t)$

$$(2 - t)y''' + (2t - 3)y'' - ty' + y = 0,$$

donde $t < 2$.

- (3) Encuentre la transformada de Laplace de $f(t) = t^2 \sin(at)$ usando la definición de transformada.
(4) Resuelva el siguiente problema de valor inicial usando la transformada de Laplace.

$$y^{iv} - 4y = 0,$$

donde $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -2$, $y'''(0) = 0$.

- (5) Muestre que si $f(t)$ es una función cuya transformada existe para $s > a$ donde a es una constante, entonces

$$F'(s) = \mathcal{L}\{-tf(t)\}.$$

- (6) Reescriba cada la función $u(t)$ en término de la función de paso y encuentre su transformada de Laplace.

$$u(t) = \begin{cases} t, & \text{si } t < 1, \\ 1, & \text{si } t \geq 1. \end{cases}$$

- (7) Sea $f(t)$ una función cuya transformada de Laplace existe para $s > a \geq 0$. Muestre las siguiente fórmula:

$$\mathcal{L}\{f(kt)\} = \frac{1}{k} \mathcal{L}\left\{f\left(\frac{s}{k}\right)\right\}$$

- (8) Suponga que f es una función periódica con periodo T , es decir $f(t+T) = f(t)$ para todo $t > 0$. Muestre que

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t) dt.$$