Universidad de los Andes
Ecuaciones diferenciales - 202610
Taller 1

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25

Grupos de **4 ó 5 personas. No se permiten trabajos en grupos de tres, parejas o trabajos individuales.**
Fecha límite de entrega: martes 10 de febrero a media noche por BloqueNeón.
Solo una de las personas debe enviarlo. No olvide escribir todos los nombres.

---

(1) Encuentre la solución a la siguiente ecuación diferencial:

$$t^2(t-1)y' - y^2 - t(t-2)y = 0, \qquad \text{donde } y(2) = 1.$$

(2) Encuentre dos ecuaciones diferenciales de primer grado cuya solución $y(t)$ cumpla $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

(3) **La ecuación de Ricatti.** Vamos a estudiar la ecuación diferencial $y' = p(t) + q(t)y + r(t)y^2$ donde $r(t)$ no es la función cero. Suponga que $y_1(t)$ es una solución a la ecuación.

(a) Muestre que la sustitución $y(t) = y_1(t) + 1/u(t)$, transforma la ecuación de Ricatti en

$$u' + (q(t) + 2r(t)y_1(t))u = -r(t). \tag{Ric}$$

A partir de la ecuación (Ric) podemos encontrar la función $u(t)$, y con esta la solución general a la ecuación reemplazando en $y(t) = y_1(t) + 1/u(t)$. Usando este método resuelva la siguiente ecuación:

(b) $y' = t^3 + \dfrac{2y}{t} - \dfrac{y^2}{t}$, donde una solución conocida es $y_1(t) = -t^2$,

(4) Resuelva la siguiente ecuación diferencial haciendo la sustitución $y(t) = tu(t)$.

$$\left(\frac{y}{t}\right)\cos\left(\frac{y}{t}\right) - \left(\left(\frac{t}{y}\right)\sin\left(\frac{y}{t}\right) + \cos\left(\frac{y}{t}\right)\right)y' = 0.$$

(5) Encuentre un rectángulo en el plano $t \times y$ donde existe solución única a la siguiente ecuación:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\ln(ty)}{1-t^2-y^2}, \qquad \text{donde } y(-3) = -2.$$

(6) Suponga que $y_\mathrm{h}(t)$ es una solución a la ecuación $y' + p(t)y = 0$, y además $y_\mathrm{p}(t)$ es una solución de la ecuación $y' + p(t)y = q(t)$. Muestre que $y_\mathrm{h}(t) + y_\mathrm{p}(t)$ también es solución a la ecuación $y' + p(t)y = q(t)$.

(7) Realice un plano de fase de la ecuación autónoma $y' = y^2 - 6y + 5$.

(8) Para la siguiente ecuación encuentre el factor integrante que la hace exacta, luego resuelva la ecuación.

$$y(2t + y^3)\,\mathrm{d}t - t(2t - y^3)\,\mathrm{d}y = 0.$$

(9) Considere la ecuación diferencial

$$y(2t^2y^3 + 3)\,\mathrm{d}x + t(t^2y^3 - 1)\,\mathrm{d}y = 0.$$

(a) Muestre que la ecuación no es exacta.

(b) Suponga que $\mu(t, y) = t^a y^b$ es un factor integrante. Encuentre el valor de a y de b de modo que la ecuación sea exacta.

(c) Resuelva la ecuación diferencial usando el factor integrante encontrado en el ítem anterior.