

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Ecuaciones Diferenciales (202210)
Parcial 3 - Martes 3 de mayo de 2022

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

- No se permite el uso de apuntes de clase o libros durante el parcial. Solamente se permite el uso de lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.
- No se permite el uso de aparatos electrónicos. Estos deben permanecer apagados y guardados.
- La duración del parcial es de 80 minutos.
- **Respuesta sin justificación será calificada con cero (0.0).**
- No se admiten hojas extras. **Cualquier hoja extra será considerada fraude.** En este examen encontrará espacio suficiente para desarrollar los ejercicios.

Nombre:

Código:

Problema	P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	P. 5	Total sobre 50
Nota obtenida						

[Prob. 1] (**10 Pts**) Resuelva las siguientes situaciones

(a) (**+5 Pts**) Encuentre un intervalo en el cual la ecuación tiene solución única $(t^2 - 4)y^{iv} + t^2y^{iii} + 9y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 0$, $y'''(0) = 0$.

(b) (**+5 Pts**) Muestre que las funciones 1 , $\cos(t)$ y $\sin(t)$ son linealmente independientes usando el Wronskiano.

[Prob. 2] (12 Pts) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

$$y^{(iv)} + 2y^{(ii)} + y = 1; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1, \quad y'''(0) = 0$$

Ayuda 1: Aparecen dos raíces y cada una de ellas está repetida.

Ayuda 2: No encuentre todas las derivadas de una vez para luego usar las condiciones y encontrar las constantes. Mejor usar las condiciones conforme a encuentra las derivadas.

[Prob. 3] (11 Pts) Resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + y = u_{3\pi}(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Utilizando **transformada de Laplace**.¹

¹Transformadas de Laplace

(a) $\mathcal{L}\{1\} = 1/s$

(b) $\mathcal{L}\{e^{at}\} = 1/(s - a)$

(c) $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = a/(s^2 + a^2)$

(d) $\mathcal{L}\{\cos(at)\} = s/(s^2 + a^2)$

(e) $\mathcal{L}\{\sinh(at)\} = a/(s^2 - a^2)$

(f) $\mathcal{L}\{\cosh(at)\} = s/(s^2 - a^2)$

(g) $\mathcal{L}\{u_c(t)f(t - c)\} = e^{-sc} F(s)$

(h) $\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \frac{e^{-sc}}{s}$

(i) $\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s - c)$

[Prob. 4] **(12 Pts)** Muestre las siguientes propiedades de la transformada de Laplace

(a) **(+6 Pts)** $\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s - c)$

(b) **(+6 Pts)** $\mathcal{L}\{f(ct)\} = \frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right), c > 0.$

[Prob. 5] (5 Pts) Responda Falso o Verdadero (no debe justificar).

V ó V “Mathematicians will literally imagine a sphere instead of going to therapy.”

F ó V La transformada de Laplace existe para toda función f .

F ó V El producto de las transformadas es la transformada de la convolución.

F ó V Es posible encontrar el Wronskiano de las soluciones de una ecuación sin necesidad de resolverla.

F ó V Si y_1, y_2, y_3 son soluciones a una ecuación de segundo grado entonces una de esas funciones es combinación lineal de las otras dos.