

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Ecuaciones Diferenciales (201919)
Parcial 2 - Viernes 21 de Junio de 2019

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

- No se permite el uso de apuntes de clase o libros durante el parcial. Solamente se permite el uso de lápiz, lapicero, borrador, sacapuntas y la hoja de fórmulas en su única versión indicada previamente por el profesor.
- No se permite el uso de aparatos electrónicos. Estos deben permanecer apagados y guardados.
- La duración del parcial es de 110 minutos.
- **Respuesta sin justificación será calificada con cero (0.0).**
- No se admiten hojas extras. Cualquier hoja extra será considerada fraude. En este examen encontrará espacio suficiente para desarrollar los ejercicios.

Nombre: _____ Código: _____

Problema	P. 1	P. 2	Bono	P. 3	P. 4	Total sobre 50
Nota obtenida						

[Prob. 1] (10 Pt) Resuelva el siguiente problema

(a) Muestre que $y_1(t) = t$ es una solución a la ecuación diferencial

$$t^2 y'' - t(t+2)y' + (t+2)y = 0, \quad t > 0.$$

(b) Suponga que $y_2(t) = u(t)t$ es otra solución al problema. Encuentre la función $u(t)$

(PÁGINA ADICIONAL)

[Prob. 2] **(20 Pt)** Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

(a)

$$y''' - y'' + y' - y = \sec t, \quad \underbrace{y(0) = 2, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 1.}_{\text{Bono: 3 puntos}}$$

(PÁGINA ADICIONAL)

(b)

$$t^2 y'' - 2y = 3t^2 - 1, \quad t > 0.$$

(PÁGINA ADICIONAL)

[Prob. 3] (15 Pt) Resuelva el siguiente problema de valor inicial usando la transformada de Laplace.¹

$$y^{iv} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 1.$$

¹Algunas transformadas de Laplace

(a) $\mathcal{L}\{1\} = 1/s$

(b) $\mathcal{L}\{e^{at}\} = 1/(s - a)$

(c) $\mathcal{L}\{t^n\} = n!/s^{n+1}$

(d) $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = a/(s^2 + a^2)$

(e) $\mathcal{L}\{\cos(at)\} = s/(s^2 + a^2)$

(f) $\mathcal{L}\{\sinh(at)\} = a/(s^2 - a^2)$

(g) $\mathcal{L}\{\cosh(at)\} = s/(s^2 - a^2)$

(h) $\mathcal{L}\{u_c(t)f(t - c)\} = e^{-sc}F(s)$

(i) $\mathcal{L}\{e^{ct}f(t)\} = F(s - c)$

(PÁGINA ADICIONAL)

[Prob. 4] (5 Pt) Considere la ecuación diferencial

$$L[y] := y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

donde $p(t)$ y $q(t)$ son funciones continuas. Suponga que y_1 y y_2 son soluciones a este problema.

(a) Como y_1 y y_2 son soluciones, entonces

$$\begin{aligned}y_1'' + p(t)y_1' + q(t)y_1 &= 0 \\ y_2'' + p(t)y_2' + q(t)y_2 &= 0\end{aligned}$$

Multiplique la primera ecuación por $-y_2$, la segunda por y_1 y muestre que

$$(A) \quad (y_1 y_2'' - y_1'' y_2) + p(t)(y_1 y_2' - y_1' y_2) = 0$$

(b) Muestre que el Wronksiano de y_1 y y_2 cumple que su derivada es $W' = y_1 y_2'' - y_1'' y_2$.

(c) Reescriba la ecuación (A) en términos de W y W' y resuelva la ecuación diferencial para mostrar que

$$(Abel) \quad W(y_1, y_2) = K \exp \left[- \int p(t) dt \right],$$

donde K es una constante que depende de y_1 y y_2 . Esta es la fórmula de Abel.

(PÁGINA ADICIONAL)