

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Ecuaciones Diferenciales (202210)
Parcial 1 - Miércoles 16 de Febrero de 2022

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

- No se permite el uso de apuntes de clase o libros durante el parcial. Solamente se permite el uso de lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.
- No se permite el uso de aparatos electrónicos. Estos deben permanecer apagados y guardados.
- La duración del parcial es de 80 minutos.
- **Respuesta sin justificación será calificada con cero (0.0).**
- No se admiten hojas extras. **Cualquier hoja extra será considerada fraude.** En este examen encontrará espacio suficiente para desarrollar los ejercicios.

Nombre:

Código:

Problema	P. 1	P. 2	P. 3	P. 4	P. 5	Total sobre 50
Nota obtenida						

[Prob. 1] **(10 Pt)** Encuentre un intervalo o rectángulo en el cual las ecuaciones tengan solución única. No debe resolverla.

(a) $(\sqrt{t-1})y' + (\ln(t^2 - 1))y = t, \quad y(3) = 3.$

(b) $y' = \frac{ty}{\sqrt{t^2 - y^2}}, \quad y(1) = 0.$

[Prob. 2] **(10 Pts)** Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales.

(a) $e^x(x + 1) dx + (y e^y - x e^x) dy = 0$

$$(b) \ y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x}, \quad y(-1) = 1.$$

[Prob. 3] **(10 Pt)** Un tanque contiene una solución salina de 40 lt con una concentración de alcohol de 5 oz/lt. Al tanque se le agrega agua a una velocidad de 2 lt/min, esta agua que está entrando tiene una concentración de alcohol de 2 oz/lt. Por un tubo de escape sale la solución perfectamente mezclada a una velocidad de 2 lt/min. Encuentre el tiempo necesario para que la concentración de alcohol pase de 5 oz/lt a 4 on/lt. Puede dejar la expresión final del tiempo, después de despejar t , indicada.

[Prob. 4] (15 Pt) A continuación vamos a resolver la interesante ecuación de Riccati,

Una ecuación diferencial de la forma

$$y' = p(t)y^2 + q(t)y + r(t)$$

se llama **Ecuación de Riccati**.

(a) Suponga que $s(t)$ es una solución a la ecuación, muestre que si realizamos la sustitución

$$y(t) = s(t) + \frac{1}{u(t)}, \quad y'(t) = s'(t) - \frac{1}{u^2(t)}u'(t),$$

donde $u(t)$ es una función desconocida, entonces la ecuación de Riccati se transforma en lo siguiente

$$(Aux) \quad u' + (q(t) + 2p(t)s(t))u = -p(t).$$

Con esta ecuación podemos encontrar la función $u(t)$ y al reemplazarla en $y(t)$ obtenemos la **solución general**.

- (b) Ahora vamos a resolver la ecuación $y' = \frac{1}{t^2} - \frac{y}{t} - y^2$. Muestre que la función $s(t) = 1/t$ es una solución a esta ecuación.
- (c) Plantee la ecuación (Aux) y resuelvala para encontrar la función $u(t)$.
- (d) Escriba la solución general $y(t)$.

[Prob. 5] (5 Pt) Responda Falso o Verdadero (no debe justificar).

F o V Toda ecuación diferencial tiene solución.

F o V La ecuación de Bernoulli se puede reducir a una lineal de primer orden.

F o V La ecuación $y' = \frac{1}{x^2 + 1}$ tiene solución única para toda condición inicial $y(t_0) = y_0$.

F o V Si $y(t)$ es solución a la ecuación $y' + y = 1$ entonces $Ky(t)$ es solución para toda constante K .

F o V Hoy es miércoles.