

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Ecuaciones diferenciales (202610)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

<https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/>

6.6 Convolución

Nota: todos los logaritmos son naturales.

(1) Encuentre la transformada de Laplace de cada una de las siguientes funciones.

(a) $f(t) = \int_0^t (t-s)^2 \cos(2s) ds,$

(b) $g(t) = \int_0^t e^{-t+s} \sin(s) ds,$

(c) $h(t) = \int_0^t \sin(t-s) \cos s ds.$

(2) Encuentre la transformada inversa de Laplace de las siguientes funciones.

(a) $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)},$

(b) $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s^2+4)}.$

(3) Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.

(a) $y'' + 4y = t, y(0) = 0, y'(0) = 1,$

(b) $y'' + 2y' + 2y = \sin(\alpha t), y(0) = 0, y'(0) = 0$ donde α es una constante,

(c) $y'' + 4y = g(t), y(0) = 3, y'(0) = -1$ donde $g(t)$ es una función cuya transformada es $G(s),$

(d) $y^{iv} + 5y'' + 4y = g(t), y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0.$

(4) Muestre que si f, g y h son funciones cuyas transformada de Laplace existe para $s > a \geq 0,$ entonces

(a) $f * g = g * f.$

(b) $f * (g + h) = f * g + f * h.$

(c) $f * (g * h) = (f * g) * h.$

(5) Considere la ecuación integral de Volterra:

$$y + \int_0^t u(t-s)y(s) ds = g(t)$$

donde $u(t)$ y $g(t)$ son funciones conocidas. Encuentre $F(s)$ la transformada de Laplace de la solución $y(t)$ a esta ecuación.