Universidad de los Andes
Ecuaciones diferenciales (202610)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

3.6 Coeficientes indeterminados

Nota: todos los logaritmos son naturales.

(1) Encuentre la solución a cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.

(a) $y'' - 2y' - 3y = 3\,\mathrm{e}^{2t}$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t} + C_2\,\mathrm{e}^{3t} - \mathrm{e}^{2t}$

(b) $2y'' + 3y' + y = t^2 + 3\sin t$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t/2} + C_2\,\mathrm{e}^{-t} + t^2 - 6t - \frac{3\sin t + 9\cos t}{10} + 14$

(c) $y'' + y' + y = 2\sinh t$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t/2}\sin(\sqrt{3}t/2) + C_2\,\mathrm{e}^{-t/2}\cos(\sqrt{3}t/2) - \mathrm{e}^{-t} + \mathrm{e}^{t}/3$

(d) $y'' + y = 250t^2\,\mathrm{e}^{3t} + 6$. **Rta.:** $y(t) = C_1\cos(t) + C_2\sin(t) + 25\,\mathrm{e}^{3t}\,t^2 - 30\,\mathrm{e}^{3t}\,t + 13\,\mathrm{e}^{3t} + 6$

(2) Para cada una de las siguientes ecuaciones, plantee correctamente la forma que tiene la solución particular, pero no encuentre los coeficientes.

(a) $y'' + 3y' = 2t^4 - t^2\,\mathrm{e}^{-3t} + \sin(3t)$,

(b) $y'' - 5y' + 6y = \mathrm{e}^{t}\cos t + \mathrm{e}^{2t}(3t+4)\sin t$,

(c) $y'' + 2y' + 5y = 3t\,\mathrm{e}^{-t}\cos(2t) - 2t\,\mathrm{e}^{-2t}\cos t$.

(3) La ecuación diferencial $y'' + 9y' + 14y = t^2$ se puede escribir como

$$(D+7)(D+2)y = t^2, \tag{1}$$

donde D es el operador de derivada: $Dy = y'$.

(a) Realice la sustitución $u(t) = (D+2)y(t)$, para transformar la ecuación (1) en una lineal de primer orden.

Rta.: $u(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-7t} + t/7 - 1/49$

(b) Conociendo la función $u(t)$ encuentre $y(t)$ resolviendo la ecuación de primer orden $u = (D+2)y$.

Rta.: $u(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-7t} + C_2\,\mathrm{e}^{-2t} + t/15 - 9/196$