Universidad de los Andes
Ecuaciones diferenciales (202610)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

3.1 Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes

Nota: todos los logaritmos son naturales.

(1) El operador de derivada se define como

$$D : C^1(\mathbb{R}) \to C(\mathbb{R}), \qquad Df = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}.$$

Calcule las sigueintes expresiones:

(a) $D(t^2 - 3t)$, **Rta.:** $2t - 3$

(b) $D(y - 2y\sin t + t^2)$, **Rta.:** $y' - 2y'\sin t - 2y\cos t + 2t$

(c) $(D - 3)(y - 3)$, **Rta.:** $y' - 6y + 9$

(d) $(D - 3)(D + 5)y$, **Rta.:** $y'' + 2y' - 15y$

(e) $(D^2 - 3D - 28)y$, **Rta.:** $y'' - 3y' - 28y$

(2) Encuentre la solución a las siguientes ecuaciones de segundo orden.

(a) $6y'' - y' - y = 0$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t/3} + C_2\,\mathrm{e}^{-t/2}$

(b) $y'' - 9y' + 9y = 0$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{3(3-\sqrt{5})t/2} + C_2\,\mathrm{e}^{3(3+\sqrt{5})t/2}$

(c) $y'' + 8y' - 9y = 0$, donde $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ **Rta.:** $y(t) = \mathrm{e}^{-9t}/5 + 4\,\mathrm{e}^{t}/5$

(3) Encuentre los valores de α para los cuales la ecuación

$$y'' + (\alpha^2 - \alpha + 1)y' + (-\alpha^3 + 2\alpha^2 + \alpha - 2)y = 0$$

tiene solución única. **Rta.:** $\alpha \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$

(4) En las siguientes ecuaciones realice la sustitución $v = y'$ para resolverla.

(a) $t^2y'' + 2ty' = 1$, donde $t > 0$, **Rta.:** $y(t) = \log(t) + C_1 + C_2/t$

(b) $y'' + y' = \mathrm{e}^{-t}$, **Rta.:** $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t} + C_2 t\,\mathrm{e}^{-t}$