

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

Grupos de **máximo** 3 personas. **Fecha de entrega:** Martes 14 de marzo a media noche por BloqueNeón.  
Solo una de las personas debe enviarlo. No olvide escribir ambos nombres.

---

## Secciones 3.3-3.6

- (1) Un globo con forma esférica es inflado. El área superficial de la esfera está dado por  $S(r) = 4\pi r^2$  donde  $r$  es el radio de la esfera. Encuentre la **tasa de cambio** del área superficial de la esfera cuando el radio es 5 cm.
- (2) La frecuencia de vibración de la cuerda de un violín está dada por

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

donde  $L$  es la longitud de la cuerda,  $T$  es la tensión, y  $\rho$  es la densidad lineal de la cuerda.

- (a) Asuma que  $T$  y  $\rho$  son constantes y no cambian, y que la variable es  $L$ . Encuentre  $df/dL$ , la derivada de  $f$  con respecto a  $L$ .
- (b) Asuma que  $L$  y  $\rho$  son constantes y no cambian, y que la variable es  $T$ . Encuentre  $df/dT$ , la derivada de  $f$  con respecto a  $T$ .
- (3) Si  $C(X)$  es el costo de producir  $x$  unidades de un bien en cierto periodo de tiempo, a la expresión  $C'(x)$  se le llama el **costo marginal**. Puede interpretarse como *el costo adicional de producir un item adicional cuando se han producido  $x$* . Encuentre el costo marginal  $C'(20)$  donde la función de costo es  $C(Q) = -Q^3 + 214.2Q^2 - 7900Q + 320700$ .
- (4) Sea  $R$  la *reacción* que tiene un cuerpo a algún estímulo con “fuerza”  $x$ . La **sensibilidad** de  $S$  se define como la tasa de cambio de la reacción ( $R$ ) con respecto a la “fuerza” ( $x$ ). Por ejemplo, cuando la cantidad de brillo  $x$  de una fuente de luz es incrementada, el ojo reacciona disminuyendo el área  $R$  de la pupila. La relación que tenemos entre  $R$  (área de la pupila) y  $x$  (brillo de la luz) es

$$R(x) = \frac{40 + 24x^{0.4}}{1 + 4x^{0.4}}.$$

Encuentre la **sensibilidad** cuando  $x = 10$ .

- (5) Si  $u(y)$  es la utilidad individual de tener un ingreso (o consumo)  $y$ , entonces

$$R_r(y) = -\frac{yu''(y)}{u'(y)}, \quad R_a(y) = \frac{R_r(y)}{y}$$

se llaman el **riesgo de aversión relativa** y **riesgo de aversión absoluta** respectivamente. Encuentre  $R_r(y)$  y  $R_a(y)$  donde

- (a)  $u(y) = \sqrt{y}$
- (b)  $u(y) = a - \frac{b}{y^2}$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes
- (c)  $u(y) = a + \frac{by^{1-\rho}}{1-\rho}$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $\rho$  son constantes
- (6) El número de células en un cultivo crece rápidamente al inicio, pero eventualmente se estabiliza. La población está modelada por

$$P(t) = \frac{a}{1 + be^{-0.7t}},$$

donde  $t$  es la cantidad de horas transcurridas y  $a$ ,  $b$  son constantes positivas. En el momento  $t = 0$  tenemos que la población es de 20 células y la tasa de crecimiento es de 12 células/hora. Encuentre los valores de  $a$  y  $b$ .

(7) Encuentre la derivada de cada una de las siguientes funciones.

(a)  $f(x) = \frac{\log(1-x^2)}{\log(1-x^3)} + 4^{2x-1}$ .

(b)  $y^2 - 1 = \sinh^{-1}(x^2 - 1)$ .

(c)  $\arcsin(v^2 + 1) = \arccos(t + v + 1)$ , hallar  $dv/dt$ .

(d)  $u = \frac{(t^2 - 1/t) \sin t}{(t^4 - 3t^2 + 2t) \tan^2 t}$ , hallar  $du/dt$ .