

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

---

## 5.5 Regla de sustitución

(1) Encuentre las siguientes integrales. Preferiblemente, verifique que su respuesta es correcta derivándola y comparándola con el integrando. **No olvide la constante.**

(a)  $\int x \sin(x^2) dx.$

(b)  $\int (3x - 2)^{20} dx.$

(c)  $\int e^x \sin(e^x) dx.$

(d)  $\int \sec(2u) \tan(2u) du.$

(e)  $\int \frac{1 + 2x^2}{\sqrt{3x + 2x^3}} dx.$

(f)  $\int \frac{\sin(2x)}{1 + \cos^2(x)} dx.$

(g)  $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx.$

(h)  $\int \frac{1 + x}{1 + x^2} dx.$

(i)  $\int \sin y \sec^2(\cos y) dy.$

(j)  $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx.$

(2) Calcule las siguientes integrales definidas.

(a)  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx.$

(b)  $\int_0^7 (x - 1)^{27} dx.$

(c)  $\int_0^{\pi} \sec^2(t/4) dt.$

(d)  $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \tan^3(\theta) d\theta.$

(e)  $\int_0^{1/2} \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$

(f)  $\int_0^1 \frac{e^z + 1}{e^z + z} dz.$

(g)  $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$

(h)  $\int_{1/6}^{1/2} \csc(\pi w) \cot(\pi w) dw.$

(i)  $\int_0^a x\sqrt{a^2 - x^2} dx.$

(j)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2 \sin x}{1 + x^6} dx.$

(3) Use la regla de sustitución para encontrar las integrales indicadas.

(a) Encuentre  $\int_0^2 f(2x) dx$  si  $\int_0^4 f(x) dx = 10.$

(b) Encuentre  $\int_0^3 xf(x^2) dx$  si  $\int_0^9 f(x) dx = 4.$

(c) Encuentre  $\int_0^{\pi/2} \sin(x)f(\cos(x)) dx$  si  $\int_0^1 f(x) dx = -1.$

(4) Si  $f$  es una función continua, compruebe usando la regla de sustitución que

$$\int_0^1 x^a(1-x)^b dx = \int_0^1 x^b(1-x)^a dx$$

(5) Si  $f$  es una función continua, compruebe usando la regla de sustitución que

$$\int_a^b f(-x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx$$

(6) Para una función continua  $f$ , demuestre usando la regla de sustitución que

$$\int_0^{\pi/2} f(\cos(x)) dx = \int_0^{\pi/2} f(\sin(x)) dx.$$

Use este resultado para encontrar el valor de las siguientes integrales:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2(x) dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin^2(x) dx.$$

**Ayuda:** Sume las integrales.

(7) Para una función continua  $f$ , demuestre usando la regla de sustitución que

$$\int_0^{\pi} xf(\sin(x)) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin(x)) dx.$$

Use este resultado para encontrar el valor de la siguiente integrale:

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

**Ayuda:** Para la primera parte, haga la sustitución  $u = \pi - x$ . Tenga en cuenta que si  $u = \pi - x$  entonces  $x = \pi - u$ .

\* (8) (Por aparecer)