Universidad de los Andes
Cálculo Diferencial (202310)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

5.3-5.4 TFC e Integral indefinida

(1) Encuentre la derivada de $g(x)$ donde g se define como:

(a) $g(x) = \int_0^x \sqrt{u^2+1}\,\mathrm{d}u.$

(b) $g(x) = \int_3^{x^2} \ln(t)\,\mathrm{d}t.$

(c) $g(x) = \int_{\ln x}^{x^2} \tan(x)\,\mathrm{d}x.$

(d) $g(x) = \int_x^0 \sin(\sqrt{t^2+1})\,\mathrm{d}t.$

(2) Encuentre las siguientes integrales definidas.

(a) $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x.$ Rta.: $\pi/2.$

(b) $\int_{-1}^1 e^x + x\,\mathrm{d}x.$ Rta.: $e - e^{-1}.$

(c) $\int_0^{2\pi} \cos(t)\,\mathrm{d}t.$ Rta.: 0.

(d) $\int_{-2}^{-1} (x^2+1)^2\,\mathrm{d}x.$ Rta.: $\frac{56}{15}.$

(3) Encuentre las siguientes integrales indefinidas.

(a) $\int x^{-2} + x^2\,\mathrm{d}x.$ Rta.:$-\frac{1}{x} + \frac{x^3}{3} + C.$

(b) $\int \theta + \csc\theta\cot\theta\,\mathrm{d}\theta.$ Rta.: $\theta^2/2 - \csc\theta + C.$

(c) $\int \frac{\sin(2x)}{\sin(x)}\,\mathrm{d}x.$ Rta.: $2\sin x + C.$

(d) $\int t(t^2+2)^2\,\mathrm{d}t.$ Rta.: $\frac{t^6}{6} + t^4 + 2t^2 + C.$

(4) La función $\sinh(x)$ se define como

$$\sinh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Por otro lado la función $\cosh(x)$ se define como

$$\cosh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Verifique que $\int \sinh(x)\,\mathrm{d}x = \cosh(x) + C$ y que $\int \cosh(x)\,\mathrm{d}x = \sinh(x) + C.$

(5) Encuentre las siguientes integrales definidas.

(a) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{1+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}\,\mathrm{d}\theta$. Rta.: $1+\frac{\pi}{4}$.

(b) $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{\frac{5}{x}}\,\mathrm{d}x$. Rta.: $2\sqrt{5}$.

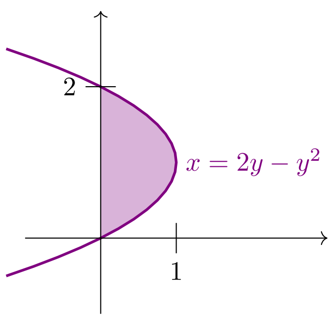
(c) $\displaystyle\int_{-1}^2 (x-2|x|)\,\mathrm{d}x$. Rta.: $-\frac{7}{2}$.

(d) $\displaystyle\int_{-10}^{10} \frac{2e^x}{\sinh(x)+\cosh(x)}\,\mathrm{d}x$. Rta.: 40.

(e) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{t^2-1}{t^4-1}\,\mathrm{d}t$. Rta.: $\frac{\pi}{6}$.

(f) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin u+\sin u\tan^2 u}{\sec^2 u}\,\mathrm{d}u$. Rta.: $\frac{1}{2}$.

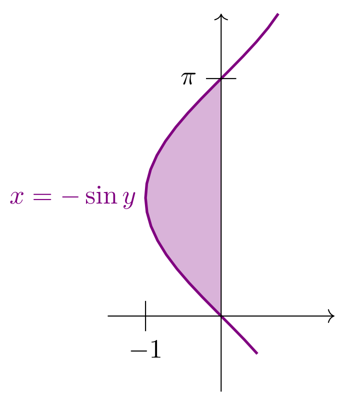
(6) El área de la región a la derecha del eje y y a la izquierda de la curva $x = 2y - y^2$ está dada por $\int_0^2 (2y-y^2)\,\mathrm{d}y$. A continuación puede ver una imagen de la situación.



Encuentre el área de la región.

Rta.: $\frac{4}{3}$.

(7) Encuentre el área que está a la izquierda del eje y y a la derecha la curva $x = -\sin y$ con $0 \le y \le \pi$.



Rta.: -2.