Universidad de los Andes

Cálculo Diferencial (202310)

Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

3.6 Derivación logarítmica

(1) Encuentre la derivada de las siguientes funciones.

(a) $f(x) = x\ln(x)$. Rta.: $\ln(x) + 1$

(b) $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$. Rta.: $\dfrac{\ln(x) - 1}{(\ln x)^2}$

(c) $f(x) = \ln(\sec(x))$. Rta.: $\tan x$

(d) $f(x) = 3x^3 \ln\left(\dfrac{x^2}{1-x}\right)$. Rta.: $18x^2 \ln x + 6x^2 - 9x^2 \ln(1-x) + \dfrac{3x^3}{1-x}$

(e) $f(x) = (\cos x)^x$. Rta.: $(\cos x)^x \left(\ln(\cos(x)) - x\tan(x)\right)$

(f) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)$. Rta.: $\dfrac{2x}{x^2-1} - \dfrac{2x}{x^2+1} = \dfrac{4x}{x^4-1}$

(g) $f(x) = \dfrac{\ln(x^2-1)}{\ln(x^2+1)}$. Rta.: $\dfrac{\frac{2x}{x^2-1}\ln(x^2+1) - \frac{2x}{x^2+1}\ln(x^2-1)}{(\ln(x^2+1))^2}$

(2) Encuentre la derivada.

(a) $h(t) = \ln(t + \sqrt{t^2-1})$. Rta.: $\dfrac{1}{\sqrt{t^2-1}}$

(b) $g(s) = \dfrac{1}{\ln s}$ Rta.: $\dfrac{-1}{s\,(\ln s)^2}$

(c) $y = x^{\sqrt{x}}$. Rta.: $x^{\sqrt{x}}\left(\dfrac{\ln(x)}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$

(d) $y = \log_2(e^{-x}\cos(\pi x))$. Rta.: $-\dfrac{\cos(\pi x) + \pi\sin(\pi x)}{(\ln 2)\cos(\pi x)}$

(e) $y = x^{x^2+1}$. Rta.: $x^{x^2+1}\left(2x\ln(x) + \dfrac{x^2+1}{x}\right)$

(f) $y = (\sqrt{x})^{\sin(x)}$. Rta.: $\left(\sqrt{x}\right)^{\sin(x)}\left(\ln(\sqrt{x})\cos(x) + \dfrac{\sin(x)}{2x}\right)$

(g) $y = \dfrac{2\sqrt{x}(x^2-1)^2}{\sqrt{x^2-1}}$. Rta.: $\dfrac{2\sqrt{x}(x^2-1)^2}{\sqrt{x^2-1}}\left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{4x}{x^2-1} - \dfrac{2x}{2(x^2-1)}\right)$

(h) $y = (\sin(x) + \cos(x))^x$. Rta.: $(\sin(x)+\cos(x))^x\left(\ln(\sin(x)+\cos(x)) + \dfrac{x(\cos(x)-\sin(x))}{\sin(x)+\cos(x)}\right)$

(3) Encuentre y' y y''.

(a) $y = x^2\ln(2x)$. Rta.: $y' = 2x\ln(2x) + \dfrac{x}{2}$, $y'' = 2\ln(2x) + \dfrac{3}{2}$.

(b) $y = \dfrac{\ln x}{x^2}$. Rta.: $y' = \dfrac{1 - 2\ln x}{x^3}$, $y'' = \dfrac{-1 + 3\ln x}{x^4}$.