Universidad de los Andes
Cálculo diferencial (202310)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/recursos

---

3.5 Derivación implícita

(1) Encuentre la derivada de las siguientes funciones.

(a) $f(x) = 2x\arcsin(x^2-1)$. Rta.: $2\arcsin(x^2-1) + \dfrac{4x}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}}$

(b) $g(x) = \operatorname{arc}\cos((1-x)^2)$. Rta.: $\dfrac{2(1-x)}{\sqrt{1-(1-x)^4}}$

(c) $h(t) = \dfrac{\arctan(1-x)}{1-x}$. Rta.: $\dfrac{1-x+(1+(1-x)^2)\arctan(1-x)}{(1+(1-x)^2)(1-x)^2}$

(d) $h(t) = \arctan\left(\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}\right)$. Rta.: $\dfrac{1}{4}(1+x)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

(2) Encuentre dy/dx.

(a) $x^3+y^3=4$. Rta.: $\dfrac{-x^2}{y^2}$

(b) $(x-y)^2 = x+y-1$. Rta.: $\dfrac{2(x-y)-1}{2(x-y)+1}$

(c) $y = \sin(3x+4y)$. Rta.: $\dfrac{3\cos(3x+4y)}{1-4\cos(3x+4y)}$

(d) $y = x^2y^3 + x^3y^2$. Rta.: $\dfrac{2xy^3+3x^2y^2}{1-3x^2y^2-2x^3y}$

(e) $\sin(y)+x^2+4y = \cos(x)$. Rta.: $\dfrac{-\sin(x)-2x}{\cos(y)+4}$

(f) $3xy^2+\sin(y)+5xy = 10$. Rta.: $\dfrac{-3y^2-5y}{6xy+\cos(y)+5x}$

(g) $\arcsin(y^2+1) = \arctan(x-1)$. Rta.: $\dfrac{\sqrt{1-(y^2+1)^2}}{2y(1+(x-1)^2)}$

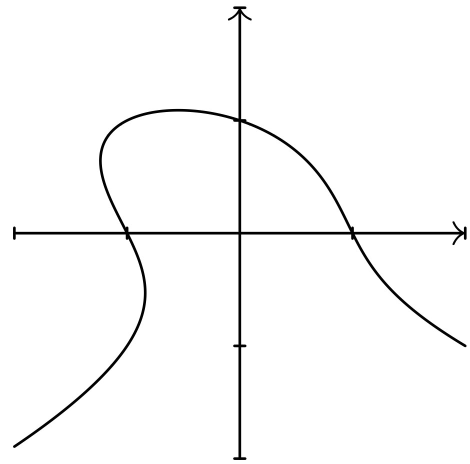
(h) $x-\cos(x^2)+\frac{y^2}{x}+3x^5 = 4x^3$. Rta.: $\dfrac{-18x^4+16x^2-2x^2\sin(x^2)-2x+\cos(x^2)}{2y}$

(3) Encuentre d^2y/dx^2.

(a) $9x^2+y^2=9$. Rta.: $\dfrac{-9y^2-81x^2}{y^3}$

(b) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$. Rta.: $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2x\sqrt{x}}$

(4) Encuentre la recta tangente a la curva $y^3+xy+x^2=1$ en el punto $(1,0)$. Esta curva tiene la siguiente forma:



La cual, como pueden ver, no representa la gráfica de una función.

Rta.: $y = -2x + 2$

(5) Encuentre una fórmula para la derivada de $y = \operatorname{arc}\cot x$ siguiendo el proceso que hicimos en clase.

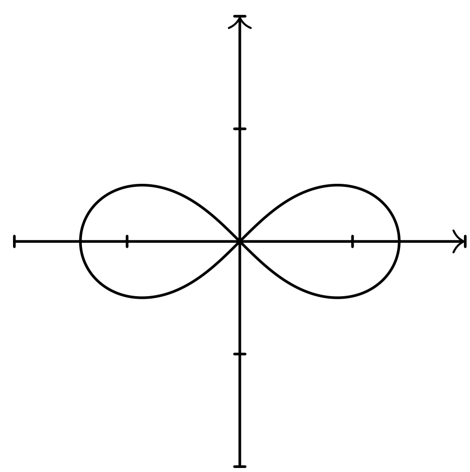
(6) Compruebe que si $y = \operatorname{arcsec} x$ entonces

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

(7) Compruebe que si $y = \operatorname{arc}\csc x$ entonces

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

(8) Encuentre todos los puntos (x, y) sobre la curva $(x^2 + y^2)^2 = 2x^2 - 2y^2$ tal que $dy/dx = 0$.



Rta.: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$