

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Cálculo Diferencial (202310)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

<https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/recursos>

3.4 Regla de la cadena

(1) Encuentre la derivada de las siguientes funciones.

(a) $f(x) = \cos(1 - x^4)$.

Rta.: $-4x^3 \sin(1 - x^4)$

(b) $f(t) = \sec(\sqrt{t})$.

Rta.: $\frac{\sec(\sqrt{t}) \tan(\sqrt{t})}{2\sqrt{t}}$

(c) $f(x) = \frac{1}{\cot(1 - x)}$.

Rta.: $-\sec^2(1 - x)$

(d) $g(x) = \tan(1 + x^2) \cos(-1 - x^2)$.

Rta.: $2x \cos(1 + x^2)$

(e) $h(x) = e^{x^2+2x+1}$.

Rta.: $(2x + 2)e^{x^2+2x+1}$

(f) $f(r) = 6^{2^x}$.

Rta.: $(\ln 6 \ln 2) 6^{2^x} 2^x$

(g) $y = [(x^2 + 3)^3 + x]^3$.

Rta.: $3[(x^2 + 3)^3 + x]^2 (6x(x^2 + 3)^2 + 1)$

(h) $y = \cos\left(\frac{1 - e^{3x}}{1 + e^{3x}}\right)$.

Rta.: $\frac{6e^{3x}}{(1 + e^{3x})^2} \sin\left(\frac{1 - e^{3x}}{1 + e^{3x}}\right)$

(2) Encuentre la derivada de la función

$$u(s) = 4^{\cos(\sin(\tan(x^2)))}.$$

Rta.: $x(-2 \ln(4)) 4^{\cos(\sin(\tan(x^2)))} \sin(\sin(\tan(x^2))) \cos(\tan(x^2)) \sec^2(x^2)$

(3) Encuentre la derivada de la función

$$s(x) = \frac{3^{\cos(x^2+1)}}{7^{\sin(x^2-1)}}$$

Rta.: $\frac{(-2x) 3^{\cos(x^2+1)} 7^{\sin(x^2-1)} [(\ln 3) \sin(x^2 + 1) + (\ln 7) \cos(x^2 - 1)]}{7^2 \sin(x^2 - 1)}$

(4) Si $f(0) = 0$ y $f'(0) = 2$ encontrar $g'(0)$, donde $g(x) = f(3f(4f(x)))$.

Rta.: 96

(5) Si $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f'(1) = 4$, $f'(2) = 5$ y $f'(3) = 6$ encuentre $h'(1)$ donde $h(t) = f(xf(xf(x)))$.

Rta.: 198

(6) Encuentre todos los posibles valores para r tal que la función $y = e^{rx}$ cumple la ecuación $y'' + 5y' - 6y = 0$.

Rta.: $r = 1$ y $r = -6$

(7) Encuentre los valores de r para el cual la función $f(x) = \cos(rx)$ cumple $\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{dy}{dx} = 0$.

Rta.: $r = 0$, $r = 1$ y $r = -1$

(8) Bajo ciertas circunstancias un chisme se riega de acuerdo a la ecuación

$$C(t) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}},$$

donde $C(t)$ es la proporción de la población que conoce el chisme al cabo de t horas, a y k son constantes positivas.

- (a) Encuentre $\lim_{t \rightarrow \infty} C(t)$. Esto nos indica lo siguiente: si dejamos correr el chisme de manera indefinida, ¿cuánta población conocerá el chisme?

$$\text{Rta.: } \frac{1}{1+a}$$

- (b) Encontrar la velocidad con la cual se riega el chisme.

$$\text{Rta.: } \frac{k a e^{-kt}}{(1 + a e^{-kt})}$$

- (c) Suponga que para cierta población se tiene que $a = 10$ y $k = 0.5$. Encuentre la aceleración con la cual se riega el chisme al cabo de una hora.

$$\text{Rta.: } \frac{50 - 5e^{0.5}}{2(e + 10)^2}$$

- (9) La ecuación de movimiento de una partícula está dada por $s(t) = 9 \cos(\omega t + \delta)$ donde ω y δ son constantes. Encuentre la velocidad a la cual se mueve la partícula en un tiempo t . Encuentre los valores de t para el cual la velocidad es cero.

$$\text{Rta.: } -9\omega \sin(\omega t + \delta), t = \frac{n\pi - \delta}{\omega}$$

- (10) Encuentre la velocidad instantánea con la cual cambia y en el punto $x = 1$, para la función

$$f(x) = \frac{\cos(x + \sin^2(x^5 - 2x^4 + \sqrt{x}))}{2x^5 - 2x^4 + \sqrt{x}}.$$

$$\text{Rta.: } \frac{5}{2} \ln(2) \cos(1) - \sin(1)$$