UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Cálculo diferencial (202510)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

<https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/>

1.5 Función exponencial

- (1) Grafique las siguientes funciones partiendo de una función base y haciendo movimientos según corresponda.

(a) $f(x) = 4^x - 2$. Rta.: bajar dos unidades la función 4^x

(b) $F(x) = 4^{x-2}$. Rta.: mover a la derecha dos unidades la función 4^x

(c) $f(x) = -3^x + 3$. Rta.: reflejar con respecto al eje x la función 3^x y subir 3 unidades

(d) $f(t) = (1/3)^{-t}$. Rta.: reflejar con respecto al eje y la función $(1/3)^t$

(e) $h(t) = -(1/2)^{t+1}$.
Rta.: mover una unidad a la izquierda la función $(1/2)^t$, luego reflejar con respecto a x

(f) $H(u) = |3^x - 4|$.
Rta.: bajar cuatro unidades la función 3^x , luego aplicar el valor absoluto

- (2) Usando ley de los exponentes, simplifique las siguientes expresiones, dejando **solo exponentes positivos**:

(a) $\frac{5^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2}}{3^{-1} \cdot 2^{-3} \cdot 5^{-1}}$. Rta.: $\frac{2}{15}$

(b) $\frac{3a^2m^{1/2}n^{1/4}}{a^{-3}m^{-1/2}n^{-3/4}}$. Rta.: $3a^5mn$

(c) $\left(\sqrt[3]{x^4y^5z^2}\sqrt{x^2yz^{-3}}\right)^{12}$. Rta.: $\frac{x^{22}y^{23}}{z}$

(d) $\frac{(3m^2n^3p)^{-2} (4a^2b^3)^3}{2m^2a^2bp (mnbpn)^{-3}}$. Rta.: $\frac{32a^4b^{11}}{9m^3}$

(e) $\left(\left(\frac{ab^{1/3}c^{-2/3}}{b^{2/3}c^{1/3}}\right)^{-1} \left(\frac{x^{1/2}y^{-5/6}}{y}\right)^{-2}\right)^{-3}$. Rta.: $\frac{a^3x^3}{bc^3y^{11}}$

Solución: las expresiones grandes es mejor simplificarlas por partes. Empecemos por el primer paréntesis dentro del exponente:

$$\left(\frac{ab^{1/3}c^{-2/3}}{b^{2/3}c^{1/3}}\right)^{-1} = \left(ab^{1/3-2/3}c^{-2/3-1/3}\right)^{-1} = \left(ab^{-1/3}c^{-1}\right)^{-1} = a^{-1}b^{1/3}c = \frac{b^{1/3}c}{a}.$$

Ahora nos ocupamos del segundo paréntesis:

$$\left(\frac{x^{1/2}y^{-5/6}}{y}\right)^{-2} = \left(x^{1/2}y^{-5/6-1}\right)^{-2} = \left(x^{1/2}y^{-11/6}\right)^{-2} = x^{-1}y^{11/3} = \frac{y^{11/3}}{x}.$$

Ahora que tenemos ambas partes regresamos a la expresión inicial:

$$\left(\left(\frac{ab^{1/3}c^{-2/3}}{b^{2/3}c^{1/3}}\right)^{-1} \left(\frac{x^{1/2}y^{-5/6}}{y}\right)^{-2}\right)^{-3} = \left(\frac{b^{1/3}c}{a} \frac{y^{11/3}}{x}\right)^{-3} = \frac{b^{-1}c^{-3}y^{-11}}{a^{-3}x^{-3}} = \frac{a^3x^3}{bc^3y^{11}}$$

(f) $\frac{\left(\frac{n^2p^4}{k}\right)^{1/2} n^3}{\frac{m}{k^{1/2}} \left(\frac{p}{n}\right)^2}$. Rta.: $\frac{n}{m}$