Universidad de los Andes
Cálculo diferencial (202510)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

1.2 y 1.3 Movimientos de funciones en el plano

(1) Partiendo de la función base, grafique la función indicada usando transformaciones de funciones.

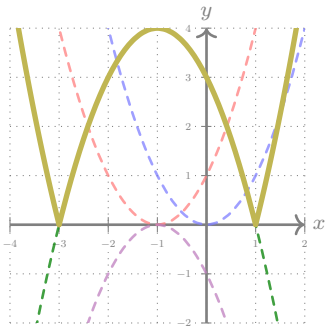
(a) $h(x) = 2\sin(x + \pi/2) - 1$.

(b) $f(t) = 2t^2 - 3$.

(c) $f(x) = (2x + 3)^2 - 1$.

(d) $h(x) = |4 - (x + 1)^2|$.

Solución: nuestra función base es $f(x) = x^2$. El primer movimiento es mover 1 unidad a la izquierda, de esta forma obtenemos $(x+1)^2$. Reflejando con respecto al eje x logramos la gráfica de $-(x+1)^2$ y trasladándola 4 unidades arriba llegamos a $4 - (x + 1)^2$. El valor absoluto transforma todas las coordenadas y de modo que esta es siempre positiva, para esto podemos tomar la porción de la gráfica que está por debajo del eje x y reflejarla:



(e) $f(x) = 4x^2 + 12x + 8$.

(f) $g(t) = -2\sqrt{2t + 4} - 2$.

(g) $f(x) = 2|\tan(x - \pi/2)| + 2$

(h) $s(t) = \dfrac{1}{3}\log_2 t + 2$.

(i) $u(r) = -\dfrac{3}{2r + 1} + 2$.

(j) $z(x) = \dfrac{2x^2 + 12x + 20}{x^2 + 6x + 9}$.

Ayuda: Haga la división de polinomios y luego exprése la función en la forma $z(x) = P(x) + R(x)/Q(x)$.

(2) Encuentre el dominio de las siguientes funciones.

(a) $h(x) = \log(x - 1) + \sqrt[6]{2 - x}$. Rta.: $\mathrm{Dom}(h) = (1, 2]$

(b) $f(r) = \arctan(x)\sqrt{x + 1}$. Rta.: $\mathrm{Dom}(f) = [-1, \infty)$

(c) $f(x) = \sqrt{2x + 1} + \sqrt[4]{-x + 10}$. Rta.: $\mathrm{Dom}(f) = [-1/2, 10]$

(d) $f(t) = \dfrac{1}{t - 3} - \dfrac{\sqrt[3]{15\log(t + 1)}}{\sqrt{t + 2}}$. Rta.: $\mathrm{Dom}(f) = [-1, 3) \cup (3, \infty)$

(3) Si $f(x) = \sqrt{x + 1}$ y $g(x) = x^2 - 1$. Encuentre

(a) $(f + g)(x)$ y su dominio. Rta.: $\mathrm{Dom}(f + g) = [-1, \infty)$

(b) $(fg)(x)$ y su dominio. Rta.: $\mathrm{Dom}(fg) = [-1, \infty)$

(c) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ y su dominio. Rta.: $\text{Dom}(f/g) = [-1, 1) \cup (1, \infty)$

(d) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ y su dominio. Rta.: $\text{Dom}(g/f) = (-1, \infty)$

(e) $(f \circ g)(x)$ y su dominio. Rta.: $\text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$

(f) $(g \circ f)(x)$ y su dominio. Rta.: $\text{Dom}(g \circ f) = [-1, \infty)$

(g) $(g \circ g)(x)$ y su dominio. Rta.: $\text{Dom}(g \circ g) = \mathbb{R}$

(4) Exprese la función como composición de dos o más funciones.

(a) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ Rta.: $f = G \circ F$ donde $F(x) = 1 + x^2$, $G(x) = \sqrt{x}$

(b) $f(x) = 4 + \sqrt[10]{\tan(x)}$ Rta.: $f = H \circ G \circ F$ donde $F(x) = \tan x$, $G(x) = \sqrt[10]{x}$, $H(x) = 4 + x$

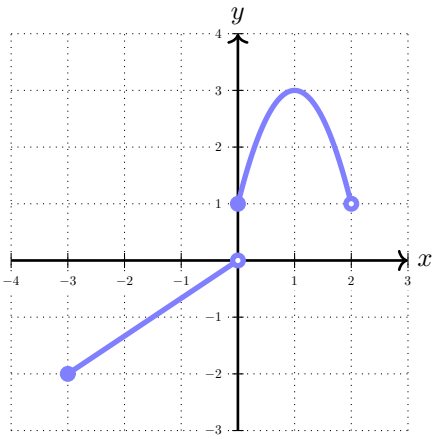
(c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2 + 1}$ Rta.: $f = G \circ F$ donde $F(x) = 1 + x^2$, $G(x) = x/(x + 1)$

(d) $f(x) = \sin(\sqrt{x + 1}) - \cos(\sqrt{x + 1}) - (x + 1)^2$

Rta.: $f = G \circ F$ donde $F(x) = x + 1$, $G(x) = \sin\sqrt{x} - \cos\sqrt{x} - x^2$

(e) $f(x) = \sin(\cos(\sin(x)))$ Rta.: $f = F \circ G \circ F$ donde $F(x) = \sin x$, $G(x) = \cos x$

(5) A continuación se muestra la gráfica de $f(x)$.



(a) Halle el dominio y el rango de la función $f(x)$. Rta.: $\text{Dom}(f) = [-3, 2)$, $(f) = [-2, 0) \cup [1, 3]$

(b) Haga un bosquejo de la gráfica de $f(x) + 2$. Rta.: sube dos unidades

(c) Haga un bosquejo de la gráfica de $f(x + 2)$. Rta.: se mueve dos unidades a la izquierda

(d) Haga un bosquejo de la gráfica de $2f(x)$. Rta.: las alturas se duplican

(e) Haga un bosquejo de la gráfica de $f(2x)$. Rta.: es encoge horizontalmente un factor de 1/2

(f) Haga un bosquejo de la gráfica de $-f(x)$. Rta.: se refleja con respecto al eje x

(g) Haga un bosquejo de la gráfica de $f(-x)$. Rta.: se refleja con respecto al eje y