Universidad de los Andes
Cálculo diferencial (202510)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

1.1 Funciones

(1) Evalúe cada función en el valor indicado.

(a) $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$, $x = -2$. Rta.: -2

(b) $f(x) = |x^2 + 2x|$, $x = 3$. Rta.: 15

(c) $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x^2 - 5x + 4}$, $x = -1$. Rta.: $\sqrt{10}$

(2) Encuentre el dominio de cada función y realice un bosquejo de la gráfica. ¿Cuál es el rango?

(a) $f(x) = x^2$. Rta.: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Rango}(f) = [0, \infty)$

(b) $h(x) = -x + 2$, para $-5 \leq x < -1$. Rta.: $\text{Dom}(rhf) = [-5, -1)$, $\text{Rango}(f) = [3, 7]$

(c) $f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{si } x < 2; \\ -2x - 1, & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$ Rta.: $\text{Dom}(f) = (-\infty, 2) \cup [3, \infty)$, $\text{Rango}(f) = (-\infty, -7] \cup [0, \infty)$

(d) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < -2; \\ |x|, & \text{si } -2 \leq x \leq 1; \\ -x^2, & \text{si } x > 2; \end{cases}$

Rta.: $\text{Dom}(f) = (-\infty, 1] \cup (2, \infty)$, $\text{Rango}(f) = (-\infty, -4) \cup [0, 2] \cup [4, \infty)$

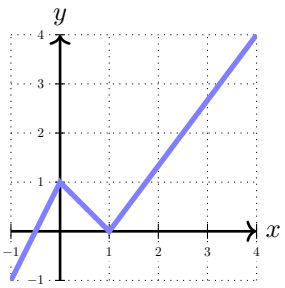
(3) Halle el dominio de las siguientes funciones.

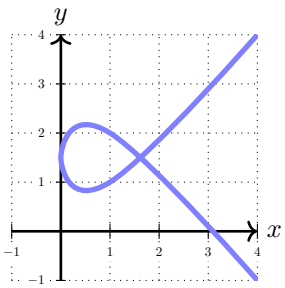
(a) $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$. Rta.: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1/2\}$

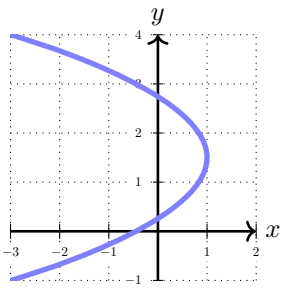
(b) $f(x) = \sqrt{|x+1| - 1}$. Rta.: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -2] \cup [0, \infty)$

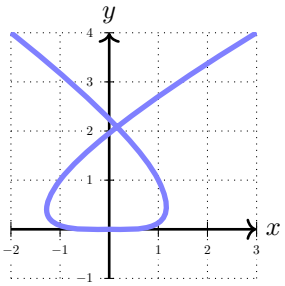
(c) $f(x) = \sqrt[6]{|x^2 + x - 16| - 4}$. Rta.: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -5] \cup [4, \infty)$

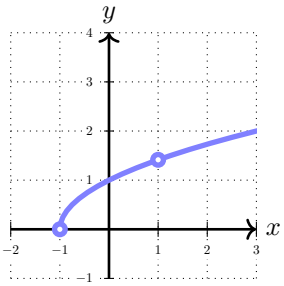
(4) El test de la línea vertical dice que dada una curva en el plano, este corresponde a la gráfica de una función si y solo toda línea vertical la corta en a lo sumo un punto. El test de la línea horizontal dice que una función es inyectiva si y solo si toda línea horizontal la corta en a lo sumo un punto. Determine si las siguientes curvas dibujadas en el plano cartesiano corresponden o no a la gráfica de una función. En caso de corresponder a una función, indique si esa función es inyectiva.

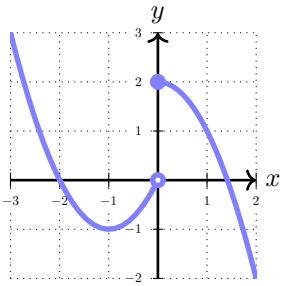




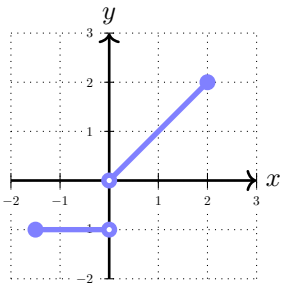


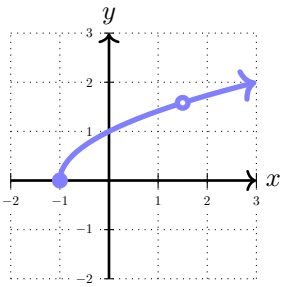


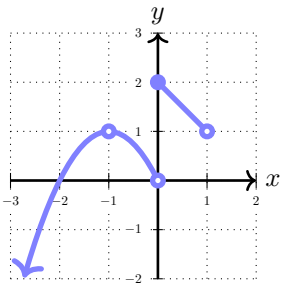




(5) Dada la gráfica de la función determine el dominio y el rango.







(6) Algunas ecuaciones en dos variables tienen una única solución para y una vez se ha fijado un valor de x. Este tipo de ecuaciones describen una función $y = f(x)$. Determine si las siguientes ecuaciones en dos variables definen una función.

(a) $y^2 + x = -1$. Rta.: no

Solución: si intentamos despejar y de la ecuación obtenemos

$$\begin{aligned} y^2 + x &= -1 \\ y^2 &= -1 - x \\ |y| &= \sqrt{-1-x}. \end{aligned}$$

Entonces dado un valor de x no existe **un único** valor de y, sino dos:

$$y = \sqrt{-1-x}, \quad y = -\sqrt{-1-x}.$$

Concluimos que esta ecuación no define una función $y = f(x)$.

(b) $x^2 + y^3 = x + 2$. Rta.: sí

(c) $\dfrac{1}{x+y+3} = 4$. Rta.: sí

(d) $\sqrt[3]{x+y^4} = 2$. Rta.: no

(7) Determine si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna.

(a) $f(r) = |r|$. Rta.: par

(b) $f(u) = u^5 - 3u^3 - u$. Rta.: impar

(c) $f(x) = x^2 + 2x$. Rta.: ninguna

(d) $f(t) = \sqrt{t^2+1}$. Rta.: par

(e) $h(c) = 1/c$. Rta.: impar

(f) $f(s) = \dfrac{s+1}{1-s}$. Rta.: ninguna

(8) Suponga que $f(x)$ es una función par e impar al tiempo. Muestre que $f(x)$ es una función constante, y determine el valor de esta constante.