Universidad de los Andes
Parcial 2
Álgebra Lineal 1 (202119)
Martes 6 de Julio de 2021

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

[Prob. 1] **(10 Pt)** Resolver el sistema. En su solución plantee la matriz ampliada y redúzcala explicando paso a paso. En su solución, identifique la parte homogénea y la particular.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_4 - 3x_5 &= 1 \\ 4x_1 - 6x_2 + x_3 &= 0 \\ x_3 - 2x_4 &= 4 \end{cases}$$

[Prob. 2] **(15 Pt)** Considere la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & a \\ 0 & 2 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Encuentre la matriz inversa,

(b) Para $a = 1$ escriba A como producto de matrices elementales,

(c) Resuelva el sistema $A\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{b}}$ donde

$$\vec{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 0 \\ 1/a \end{bmatrix}$$

[Prob. 3] **(10 Pt)** Considere el conjunto

$$Q = \{A \in \mathbb{R}^{2\times 2} \mid A = A^T\}.$$

con la suma y la multiplicación por escalar usual (Q es el conjunto de las matrices simétricas de tamaño 2×2).

(a) Muestre que Q cumple las propiedades

i) Para todo A, $B \in Q$, se cumple que $A + B \in Q$.

vi) Para todo $A \in Q$ y todo escalar $\alpha \in \mathbb{R}$ se cumple que $\alpha A \in Q$.

(b) Muestre que Q es generado por las matrices

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

[Prob. 4] **(10 Pt)** Decimos que dos matrices cuadradas A y B son similares si y solo si existe una matriz invertible C tal que $A = CBC^{-1}$.

(a) Muestre que si A es similar a B entonces $\det(A) = \det(B)$,

(b) Muestre que si A es similar a B entonces A^T es similar a B^T.

[Prob. 5] **(5 Pt)** Responda falso o verdadero

(a) Si $\det(A) = 2$ y $\det(B) = 1/2$ entonces $\det(\frac{1}{2}A^T B) = 1$ donde $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

(b) Si $\det(AB) = 0$ entonces $\det(A) = 0$ o $\det(B) = 0$.

(c) Si $\det(E) = \pm 1$ entonces E es una matriz elemental.

(d) Solo existe una única solución particular para un sistema con infinitas soluciones.

(e) El producto de dos matrices elementales da una matriz elemental.