Universidad de los Andes
Álgebra Lineal (202020)

Prof.: Otaivin Martínez Mármol.

---

(1) Sea A una matriz invertible, muestre que existen matrices elementales E_1, E_2,... , E_n tales que $\det(A) = \det(E_1)\det(E_2)\cdots\det(E_n)$.

(2) Decimos que dos matrices cuadradas de $n \times n$, A_1 y A_2 son similares si existe una matrix B de tamaño $n \times n$ tal que $A_1 = BA_2B^{-1}$.

  (a) Muestre que si A_1 y A_2 son similares y A_2 y A_3 son similares entonces las matrices A_1 y A_2 son similares.

  (b) Muestre que si A_1 y A_2 son similares entonces $\det A_1 = \det A_2$.

  (c) Determine si es cierto o no: Si A_1 y A_2 son similares, entonces A_1^T y A_2^T son similares.

(3) Demuestre que para toda matriz A cuadrada se tiene que $\det(A) = \det(A^T)$.

(4) Sea S_n el conjunto de todas las matrices triángulares superiores de tamaño $n \times n$, dotado de la multiplicación por escalar usual y la suma de matrices usual.

  (a) Muestre directamente que S_n es un espacio vectorial.

  (b) Muestre que S_n es un subespacio vectorial de M_n el espacio vectorial de todas las matrices de tamaño $n \times n$ con la suma de matrices y multiplicación por escalar usual.