Universidad de los Andes
Álgebra lineal (202520)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

7.5 Gram-Schmidt

(1) Para cada uno de los espacios encuentre una base ortonormal.

(a) $V = \text{span}\{(1,1),(-1,1)\}$ en $\mathbb{R}^3$

(b) $V = \text{span}\{(1,1,0,0),(0,-1,0,1),(1,1,0,1)\}$ en $\mathbb{R}^4$.

(c) $\mathbb{R}^4 = \text{span}\{(0,1,0,1),(0,-1,1,1),(1,1,0,0),(0,0,0,1)\}$.

(d) $V = \text{span}\{(1,0,0,0,0),(1,1,0,0,0),(1,1,1,0,0)\}$ en $\mathbb{R}^5$.

(2) En $M(2\times 2)$ defina el producto interno como

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ax + by + cz + dw.$$

(a) Encuentre una base ortonormal para el subespacio $V = \text{span}\{A_1, A_2\}$ donde

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

(b) Sea $V = \text{span}\{A_1, A_2\}$, encuentre la proyección de la matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

al subespacio V.

(c) Encuentre la proyección de la matriz A del ítem anterior al espacio $V^\perp$.

(d) Compruebe el teorema de pitágoras

$$\|A\|^2 = \|A^\parallel\|^2 + \|A^\perp\|.$$

(3) Encuentre una base ortonormal para el espacio columna (espacio generado por las columnas) y para el espacio fila (espacio generado por las filas) de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$