UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
Álgebra lineal (202520)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

6.2 Matrices como transformaciones lineales

(1) Encuentre el kernel, la imagen y sus dimensiones para cada una de las siguientes matrices. En cada una de ellas, verifique que se cumple el teorema de la dimensión.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 7 & -6 & 1 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

(c) $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -7 & -1 & -5 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.

(d) $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 7 & 6 & 3 & 7 & 8 & 0 \\ 8 & 7 & 5 & 9 & 12 & 1 \end{bmatrix}$.

(e) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$.

(2) Muestre que si A es una matriz invertible entonces es biyectiva.

(3) Muestre que la transformación

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x-y \\ 2z+x-y \\ y-z \end{bmatrix}.$$

Es equivalente a la transformación de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(4) Generalizando el ejercicio anterior: muestre que la transformación

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{bmatrix}.$$

Es equivalente a la transformación de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

(5) Usando el resultado del ejercicio anterior, encuentre el kernel, la imagen, nulidad y rango de la transformación:

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3x+y-z \\ x-y \\ 4x-z \end{bmatrix}.$$