

5.3 Combinaciones lineales (Parte 2)

- (1) Para los siguientes conjuntos de vectores, determine si son linealmente independientes o no.
- (a) los vectores $\vec{v}_1 = (3, 1)$, $\vec{v}_2 = (1, -3)$ en $\mathbb{R}^2$.
 - (b) los vectores $\vec{v}_1 = (1, 3, -2)$, $\vec{v}_2 = (0, -5, 2)$ y $\vec{v}_3 = (2, 2, -3)$ en $\mathbb{R}^3$.
 - (c) los vectores $\vec{v}_1 = (-1, 2, 1)$, $\vec{v}_2 = (1, 2, 1)$ y $\vec{v}_3 = (-1, 6, 3)$ en $\mathbb{R}^3$.
 - (d) los vectores $\vec{v}_1 = (1, 2, -2, 3)$, $\vec{v}_2 = (-2, 2, -1, 1)$, $\vec{v}_3 = (-1, 4, -3, 4)$ y $\vec{v}_4 = (0, 4, -3, 7)$ en $\mathbb{R}^4$.
 - (e) los vectores $\vec{v}_1 = (0, 1, -1, 4, -3)$, $\vec{v}_2 = (-1, 1, -2, 3, 8)$, $\vec{v}_3 = (1, 2, -1, 2, 0)$ y $\vec{v}_4 = (0, 4, -3, 7, 1)$ en $\mathbb{R}^5$.
- (2) Determine si los vectores son linealmente independientes.
- (a) en $M(2 \times 2)$, los vectores $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 & -2\pi \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 & \pi \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$.
 - (b) en P_2 , los vectores $\vec{v}_1 = 2x^2 + 1$, $\vec{v}_2 = 2x^2 + 3x$ y $\vec{a} = -6x + 1$.
 - (c) en $F = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f \text{ función continua}\}$, los vectores $\vec{v}_1 = e^{-x} + x$, $\vec{v}_2 = e^x - x$ y $\vec{a} = e^{-x} + 2e^x + 2x$.
 - (d) en F , los vectores $\vec{v}_1 = \cos(2x)$, $\vec{v}_2 = \sin(2x)$ y $\vec{a} = \cos^2(x)$.
- (3) Para cada uno de los siguientes generados encuentre una base e indique su dimensión.
- (a) $\text{span}\{(1, -3), (-4, 12)\}$ en $\mathbb{R}^2$,
 - (b) $\text{span}\{(1, -1, 2), (3, -1, 2)\}$ en $\mathbb{R}^3$,
 - (c) $\text{span}\{x^2 - 1, 1, x^2\}$ en P_2 ,¹
 - (d) $\text{span}\left\{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\right\}$ en $M(2 \times 2)$.
 - (e) $\text{span}\left\{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$ en $M(2 \times 2)$.
 - (f) $\text{span}\{\cos^2(x), \cos(2x), 1\}$ en $F = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ función}\}$.
- (4) Muestre que la dimensión de $M(m \times n)$ es mn .

¹recuerde que P_n es el espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual a n