Universidad de los Andes
Álgebra lineal (202520)
Ejercicios para practicar

Prof.: Otaivin Martínez Mármol. https://math.uniandes.edu.co/~o.martinez25/

5.1 Espacios vectoriales

(1) Determine si los siguientes conjuntos son espacios vectoriales

(a) El conjunto $V = \mathbb{R}^2$ con la suma

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

y el producto por escalar usual.

(b) El conjunto $V = \mathbb{R}^2$ con la suma

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 - b_2 \end{bmatrix}$$

y el producto por escalar usual.

(c) El conjunto $V = \mathbb{R}^2$ con la suma usual y el producto por escalar

$$\alpha \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + a_1 \\ \alpha + a_2 \end{bmatrix}.$$

(d) El conjunto $V = \mathbb{R}^2$ con la suma

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{bmatrix}$$

y el producto por escalar usual.

(e) El conjunto $V = (0, \infty)$ con la suma usual y el producto escalar

$$\alpha x = x^\alpha.$$

(f) El conjunto $V = (0, \infty)$ con la suma y el producto escalar

$$x \oplus y = xy, \quad \alpha x = x^\alpha.$$

(g) El conjunto $V = M(2 \times 2)$ con la suma

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$$

y el producto por escalara usual.

(h) El conjunto $V = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ de todas las funciones de reales en reales, con la suma usual y la multiplicación por escalar

$$\alpha f = f(\alpha)x.$$