

2.7 Intersección de rectas y planos en \mathbb{R}^3

- (1) Para cada pareja de objetos en \mathbb{R}^3 identifique cada uno de ellos como una recta o plano en el espacio, y encuentre la intersección si la hay.

(a) $O_1 : x = -2 - t, y = -1 + 2t, z = -t;$ $O_2 : x = 1 - 3t, y = 1 - t, z = t - 2.$

Rta.: dos rectas, se intersectan en $(-2, -1, 0)$

(b) $O_1 : x = 3 - t, y = 1 + 2t, z = 2 - t;$ $O_2 : x = 2t, y = -t, z = 2 - t.$

Rta.: dos rectas, no se intersectan

(c) $O_1 : 2x - y - z = 2;$ $O_2 : x = 2t, y = -t, z = 2 - t.$

Rta.: un plano y una recta, se intersectan en $(3, -3/2, 1/2)$

(d) $O_1 : 3x - y + z = 2;$ $O_2 : 2x - 2y/3 + 2z/3 = 4/3.$

Rta.: dos planos iguales

(e) $O_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = z;$ $O_2 : x = 1 + 2t, y = 2 - 3t, z = t.$

Rta.: dos rectas iguales

(f) $O_1 : x - 2y + z = 6;$ $O_2 : 3x + 2y + z = 6.$

Rta.: dos planos, se cortan en la recta $x = 6t, y = t, z = 4t + 6$

- (2) Determine si las rectas $L_1 : x = t + 2, y = 2t - 3, z = t + 4;$ $L_2 : x = 2t - 1, y = t, z = 3t - 2$ y la recta $L_3 : x = t/2 + 7/2, y = 9 - 2t, z = 2t + 1$ se cortan. En caso afirmativo encuentre el punto de corte.

Rta.: se cortan en $(5, 3, 7)$

- (3) Determine si los planos $x + 3y - z = 0,$ $2x - y - z = 1$ y $x - y - z = 12$ se cortan. En caso afirmativo encuentre el punto de corte.

Rta.: se cortan en $(-11, -3, -20)$

- (4) Encuentre una recta que **no corte** el plano $x+y+z=1$ y **tampoco corte** el plano $x-2y+z=1.$

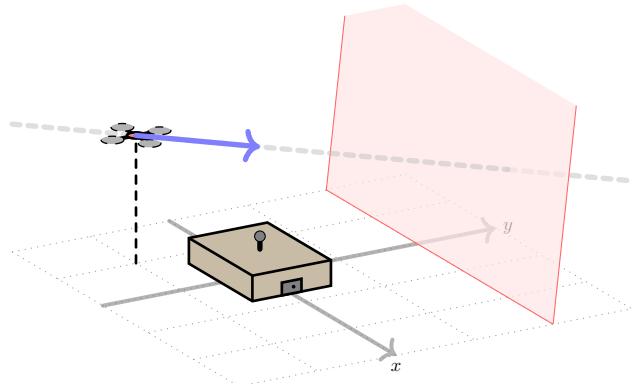
Rta.: $x = 3t, y = 0, z = -3t$

- (5) ¿Es posible encontrar una recta que **no corte** los planos $x + y = 0,$ $x - y = 0$ y $x + z = 0$ al mismo tiempo?

Indicación: si una recta no corta un plano, entonces debe ser paralelo al plano. Para que sea paralelo al plano basta con que su dirección \vec{v} sea perpendicular a la normal del plano: ¿existen a, b y c tales que $\vec{v} = (a, b, c)$ sea perpendicular a las tres normales de los tres planos, al mismo tiempo?

Rta.: no es posible

- (6) Un dron es pilotado de forma remota. El piloto se encuentra dentro de una base en el origen y el dron parte desde la posición $(-10, -10, 15)$ siguiendo una línea recta con velocidad $(1, 2, 0)$ en m/s. Una base enemiga se encuentra cerca y detecta a todo objeto que traspase su barrera la cual esta delimitada por el plano $y + 2z = -20.$



- (a) Encuentre una parametrización para la posición (x, y, z) del dron, una vez ha transcurrido t segundos.
- (b) ¿A los cuántos segundos el dron traspasa la barrera?
- (c) La base pierde conexión con el dron si este se encuentra a más de 300 metros de distancia. Determine a los cuántos segundos se pierde la conexión si el dron continua con esta ruta.