

## 2.7 Intersección de rectas y planos en $\mathbb{R}^3$

- (1) Para cada pareja de objetos en  $\mathbb{R}^3$  identifique cada uno de ellos como una recta o plano en el espacio, y encuentre la intersección si la hay.

(a)  $O_1 : x = -2 - t, y = -1 + 2t, z = -t; \quad O_2 : x = 1 - 3t, y = 1 - t, z = t - 2.$

Rta.: dos rectas, se intersectan en  $(-2, -1, 0)$

(b)  $O_1 : x = 3 - t, y = 1 + 2t, z = 2 - t; \quad O_2 : x = 2t, y = -t, z = 2 - t.$

Rta.: dos rectas, no se intersectan

(c)  $O_1 : 2x - y - z = 2; \quad O_2 : x = 2t, y = -t, z = 2 - t.$

Rta.: un plano y una recta, se intersectan en  $(3, -3/2, 1/2)$

(d)  $O_1 : 3x - y + z = 2; \quad O_2 : 2x - 2y/3 + 2z/3 = 4/3.$

Rta.: dos planos iguales

(e)  $O_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = z; \quad O_2 : x = 1 + 2t, y = 2 - 3t, z = t.$

Rta.: dos rectas iguales

(f)  $O_1 : x - 2y + z = 6; \quad O_2 : 3x + 2y + z = 6.$

Rta.: dos planos, se cortan en la recta  $x = 6t, y = t, z = 4t + 6$

- (2) Determine si las rectas  $L_1 : x = t + 2, y = 2t - 3, z = t + 4; L_2 : x = 2t - 1, y = t, z = 3t - 2$  y la recta  $L_3 : x = t/2 + 7/2, y = 9 - 2t, z = 2t + 1$  se cortan. En caso afirmativo encuentre el punto de corte.

Rta.: se cortan en  $(5, 3, 7)$

- (3) Determine si los planos  $x + 3y - z = 0, 2x - y - z = 1$  y  $x - y - z = 12$  se cortan. En caso afirmativo encuentre el punto de corte.

Rta.: se cortan en  $(-11, -3, -20)$

- (4) Encuentre una recta que **no corte** el plano  $x + y + z = 1$  y **tampoco corte** el plano  $x - 2y + z = 1$ .

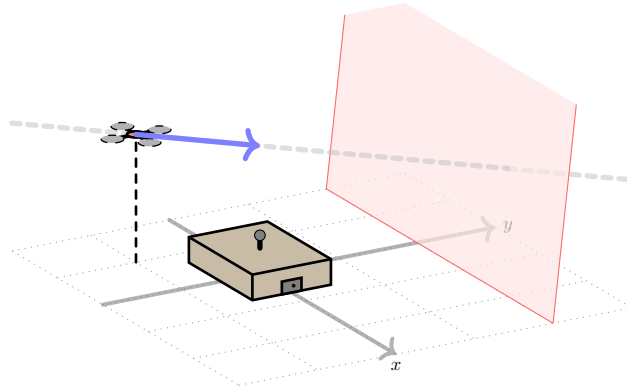
Rta.:  $x = 3t, y = 0, z = -3t$

- (5) ¿Es posible encontrar una recta que **no corte** los planos  $x + y = 0, x - y = 0$  y  $x + z = 0$  al tiempo?

**Indicación:** si una recta no corta un plano, entonces debe ser paralelo al plano. Para que sea paralelo al plano basta con que su dirección  $\vec{v}$  sea perpendicular a la normal del plano: ¿existen  $a, b$  y  $c$  tales que  $\vec{v} = (a, b, c)$  sea perpendicular a las tres normales de los tres planos, al tiempo?

Rta.: no es posible

- (6) Un dron es piloteado de forma remota. El piloto se encuentra dentro de una base en el origen y el dron parte desde la posición  $(-10, -10, 15)$  siguiendo una línea recta con velocidad  $(1, 2, 0)$  en m/s. Una base enemiga se encuentra cerca y detecta a todo objeto que traspase su barrera la cual esta delimitada por el plano  $y + 2z = -20$ .



- Encuentre una parametrización para la posición  $(x, y, z)$  del dron, una vez ha transcurrido  $t$  segundos.
- ¿A los cuántos segundos el dron traspasa la barrera?
- La base pierde conexión con el dron si este se encuentra a más de 300 metros de distancia. Determine a los cuántos segundos se pierde la conexión si el dron continua con esta ruta.