

# Teoría de Operadores III

## Taller 5

Espacios de Hilbert acoplados

Fecha de entrega: ??? de 2026(?)  
Alejandro Pineda

---

**Ejercicio 1.** Sean  $(\alpha_n)_n \subseteq \mathbb{R}^{\geq 1}$  y  $H_0 = \ell^2(\mathbb{N})$ . Defina el espacio positivo

$$H_+ = \left\{ (x_n)_n \in H_0 : \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n |x_n|^2 < \infty \right\} \subseteq H_0$$

- (a) Convencerse de que  $H_+$  es denso en  $H_0$ . ¿Cuál es el producto interno que muestra que  $H_+$  es Hilbert?
- (b) Muestre que existe un acoplamiento  $H_+ \subseteq H_0 \subseteq H_-$ . Para esto, calcule explícitamente  $H_-$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $A \in L(H_+, H_-)$ . Muestre que si  $\bar{I}A \in L(H_+)$  es no negativo en  $H_+$ , entonces  $A$  es no negativo generalizado.