

Teoría de Operadores II

Taller 12

C_0 -grupos y el Teorema de los números primos

Fecha de entrega: 22 de mayo de 2026
Esteban Quintero Guzmán

Ejercicio 1. Sea X un espacio de Banach y $[T(t)]_{t \in \mathbb{R}}$ un C_0 -grupo acotado.

(a) Muestre que el operador

$$(S_T f)x = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)T(\tau)x \, d\tau, \quad x \in X$$

es acotado para todo $f \in L^1(\mathbb{R})$.

(b) Muestre que $S_T : L^1(\mathbb{R}) \rightarrow L(X)$ es un homomorfismo de álgebras de Banach.

Ejercicio 2. Sea $X = L^1(\mathbb{R})$ y $f \in X$ tal que para todo $g \in X$ y $\sigma \in \mathbb{R}$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(\sigma - \tau) \, d\tau = 0.$$

Muestre que existe $\xi \in \mathbb{R}$ tal que $\widehat{f}(\xi) = 0$.