

Teoría de operadores

Taller 6

Transformada de Cayley; resolución espectral;
fórmula de Stone.

Fecha de entrega: 17 de septiembre 2015

- (a) El left shift en $\ell_2(\mathbb{N})$ es la transformada de Cayley de un operador simétrico A ? Si es así, determine A y sus índices de defecto $\dim(\text{rg}(A \pm i)^\perp)$.
 - (b) El right shift en $\ell_2(\mathbb{N})$ es la transformada de Cayley de un operador simétrico B ? Si es así, determine B y sus índices de defecto $\dim(\text{rg}(B \pm i)^\perp)$.
- Sea A un operador autoadjunto y $z \in \varrho(A)$. Muestre que $\|(A - z)^{-1}\|^{-1} = \text{dist}(z, \sigma(A))$.
- Sea $P : L_2(\mathbb{R}^n) \rightarrow L_2(\mathbb{R}^n)$, $(Pf)(t) = f(-t)$. Muestre que P es autoadjunto, calcule su espectro y su resolución espectral.
- Sea A un operador autoadjunto en un espacio de Hilbert complejo H con resolución espectral $(E_\lambda)_{\lambda \in \mathbb{R}}$. Muestre

$$s\text{-}\lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_a^b [(A - \lambda - i\varepsilon)^{-1} - (A - \lambda + i\varepsilon)^{-1}] d\lambda = \frac{1}{2}(E([a, b]) + E((a, b))).$$