Universidad de los Andes, MATE-4241

Teoría de operadores

Taller 10

Operadores relativamente acotados/compactos.

Fecha de entrega: 26 de octubre 2012

---

1. Sea H un espacio de Hilbert complejo, $T(H \to H)$ un operador autoadjunto y semiacotado por abajo con cota inferior γ (es decir, $\langle Tx\,, x\rangle \geq \gamma\|x\|$ para todo $x \in \mathcal{D}(T)$). Sea $S(H \to H)$ un operador simétrico y T-acotado con T-cota < 1. Muestre que $T + S$ es semiacotado por abajo.

2. Sean X, Y, Z espacios de Banach, $T(X \to Y)$, $S(X \to Z)$ operadores lineales tal que S es clausurable y T-compacto. Muestre que S es T-acotado con T-cota 0.

3. Muestre que existen espacios de Hilbert H_1, H_2, y un operador lineal $T(H_1 \to H_2)$ y un operador S tal que S es T-compacto con T-cota 1.

   Hint. Considere un funcional lineal no acotado en H_1.

4. Sea X un espacio de Banach, $T(X \to X)$ un operador cerrado con $\varrho(T) \neq \emptyset$ y $\mathcal{D}_0 \subseteq \mathcal{D}(T)$. Muestre que $\mathcal{D}_0$ es un *core*[1] of T si y solo si $(T - \lambda)\mathcal{D}_0$ es denso en X para un (para todo) $\lambda \in \varrho(T)$.

---

[1] Un subespacion $\mathcal{D}_0 \subseteq \mathcal{D}(T)$ es un *core* del operador cerrado T si la clausura de la restricción $T|_{\mathcal{D}_0}$ es igual a T.