Universidad de los Andes, MATE-4241

Teoría de operadores

Taller 6

Transformada de Cayley; resolución espectral;
fórmula de Stone.

Fecha de entrega: 21 de septiembre 2012

---

1. (a) El left shift en $\ell_2(\mathbb{N})$ es la transformada de Cayley de un operador simétrico A? Si es así, determine A y sus indices de defecto $\dim(\operatorname{rg}(A \pm \mathrm{i})^\perp)$.

   (b) El right shift en $\ell_2(\mathbb{N})$ es la transformada de Cayley de un operador simétrico B? Si es así, determine B y sus indices de defecto $\dim(\operatorname{rg}(B \pm \mathrm{i})^\perp)$.

2. Sea A un operador autoadjunto y $z \in \varrho(A)$. Muestre que $\|(A - z)^{-1}\|^{-1} = \operatorname{dist}(z, \sigma(A))$.

3. Sea $P : L_2(\mathbb{R}^n) \to L_2(\mathbb{R}^n),\ (Pf)(t) = f(-t)$. Muestre que P es autoadjunto, calcule su espectro y su resolución espectral.

4. Sea A un operador autoadjunto en un espacio de Hilbert complejo H con resolución espectral $(E_\lambda)_{\lambda \in \mathbb{R}}$. Muestre

$$s\text{-}\lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{1}{2\pi \mathrm{i}} \int_a^b \big[(A - \lambda - \mathrm{i}\varepsilon)^{-1} - (A - \lambda + \mathrm{i}\varepsilon)^{-1}\big] \mathrm{d}\lambda = \frac{1}{2}\big(E([a, b]) + E((a, b))\big).$$