

Álgebra lineal

Taller 4

Planos y rectas;

proceso de eliminación de Gauß y Gauß-Jordan.

Fecha de entrega: 04 de septiembre de 2026

2 pts.

1. En $\mathbb{R}^3$ considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

- (a) Encuentre por lo menos tres puntos que pertenecen a E y encuentre tres puntos que **no** pertenecen a E .
- (b) Encuentre un punto en E y dos vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ paralelos a E y no paralelos entre si.
- (c) Encuentre un punto en E y un vector $\vec{n}$ que es ortogonal a E .
- (d) Encuentre un punto en E y dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ paralelos a E con $\vec{a} \perp \vec{b}$.

¡Pruebe todas sus respuestas!

4 pts.

2. Para los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, -1)$ y los siguientes planos E :

- Encuentre la ecuación del plano.
- Determine si P pertenece al plano.
- Encuentre una recta que esté ortogonal a E y que contenga al punto Q .
- Encuentre una recta que esté paralela a E y que contenga al punto Q .

- (I) E es el plano que contiene al punto $A(1, 0, 1)$ y es paralelo a los vectores $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- (II) E es el plano que contiene el punto $A(1, 0, 1)$ y es ortogonal al vector $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Considere el plano $E : 2x - y + 3z = 9$ y la recta $L : x = 3t + 1, y = -2t + 3, z = 5t$.

1 pts.

(a) Encuentre $E \cap L$.

1 pts.

(b) Encuentre una recta G que no interseque ni al plano E ni a la recta L . Pruebe su afirmación. ¿Cuántas rectas con esta propiedad hay?

1 pts.

(c) Encuentre un plano F que pase por los puntos $P(2, -5, 0)$ y $Q(0, 0, 3)$ y no es paralelo a E . ¿Cuántos planos con esta propiedad hay? ¿Se puede decir qué es $E \cap F$?

2 pts.

4. (a) En una panadería hay café, té, palito de queso y brownie. El primer cliente compra un café, un brownie y dos palitos de queso. Paga 12.000 pesos. El segundo cliente compra un té, un café y dos brownies. Paga 11.500 pesos. Después entran dos grupos de personas. El primer grupo pide 3 cafés, 4 té, 3 palitos de queso y 5 brownies. En total pagan 42.000 pesos. El otro grupo pide 5 cafés, un té, 4 palitos de queso y 3 brownies y paga 37.000 pesos. ¿Cuánto cuestan los productos café, té, palito de queso y brownie en la panadería?

2 pts.

(b) En un café un cliente pide dos espresos y 1 muffin y paga 7 euros. Un grupo de amigos pide 5 espresos y 6 muffins. Otro grupo pide 3 espresos y 4 muffins y paga 10 euros menos que el primer grupo. Determine cuánto cuestan el espreso y el muffin.

4 pts.

5. Use la eliminación de Gauß o Gauß-Jordan para encontrar todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

(a) $x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 7,$

$2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 2,$

$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 28,$

$x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 6.$

(b) $2x_1 + 3x_2 = 13,$

$x_1 - 2x_2 = -4,$

$4x_1 + 5x_2 = 23.$

$$\begin{array}{ll}
\text{(c)} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -9, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 19. \end{array} \\
\text{(d)} & \begin{array}{l} 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -13, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 21, \\ 6x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 13. \end{array}
\end{array}$$

1 pts.

6. (a) Encuentre un polinomio P de grado 3 con

$$P(1) = 2, \quad P(-1) = 6, \quad P'(1) = 8, \quad P(0) + 4P'(0) = 0.$$

1 pts.

(b) ¿Existe un polinomio de grado 2 que satisface lo de arriba? De ser así, ¿cuántos hay? Justifique su respuesta.

1 pts.

(c) ¿Existe un polinomio de grado 4 que satisface lo de arriba? De ser así, ¿cuántos hay? Justifique su respuesta.

Ejercicios voluntarios¹

7. En $\mathbb{R}^3$ considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

- (a) Demuestre que los vectores $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ son paralelos al plano E .
- (b) Encuentre números $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tal que $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} = \vec{v}$.
- (c) Demuestre que el vector $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ no es paralelo al plano E y encuentre vectores $c_{\parallel}$ y $c_{\perp}$ tal que $c_{\parallel}$ es paralelo a E , $c_{\perp}$ es ortogonal a E y $c = c_{\parallel} + c_{\perp}$.

¹Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de ninguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.