Universidad de los Andes, MATE-1105

Álgebra lineal

Taller 2

Espacios vectoriales; vectores en $\mathbb{R}^2$.

Fecha de entrega: 05 de febrero de 2026

---

2 pts. **1.** (a) Encuentre todos los números k tal que el siguiente sistema de ecuaciones tiene exactamente una solución y calcule esta solución.

$$kx + 5y = 0, \qquad 3x + (2+k)y = 0.$$

Qué pasa para los otros k?

3 pts. (b) Haga lo mismo para el sistema

$$kx + 5y = 5, \qquad 3x + (2+k)y = -3.$$

2 pts. **2.** Encuentre todos los k tales que las siguientes rectas se intersecan en exactamente un punto. ¿Cuántas intersecciones hay para los otros k?

$$3x - (k+2)y = 3\ln(2), \qquad (k-1)x + 5ky = \sqrt{7-\pi}.$$

5 pts. **3.** De todos los siguientes conjuntos diga si es un espacio vectorial con su suma y producto usual y justifique su respuesta bien.

(a) $V = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\}$,

(b) $V = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ a^2 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\}$,

(c) V es el conjunto de todas las funciones continuas $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(d) V es el conjunto de todas las funciones f continuas $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $f(4) = 1$.

5 pts. **4.** Sean $P(2,3)$, $Q(-1,4)$ puntos en $\mathbb{R}^2$ y sea $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ un vector en $\mathbb{R}^2$.

(a) Calcule y grafique $\overrightarrow{PQ}$, $\|\overrightarrow{PQ}\|$, $\overrightarrow{PQ} + \vec{v}$, $\overrightarrow{PQ} - \vec{v}$.

(b) Encuentre todos los vectores unitarios cuya dirección es opuesta a la de $\vec{v}$.

(c) Encuentre todos los vectores de longitud 3 que son paralelos a $\vec{v}$.

(d) Encuentre todos los vectores que tienen la misma dirección que $\vec{v}$ y que tienen el doble de la longitud de $\vec{v}$.

(e) Encuentre todos los vectores que son ortogonales a $\vec{v}$.
Encuentre todos los vectores con norma 2 que son ortogonales a $\vec{v}$.

3 pts. **5.** Para los siguientes vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ decida si son ortogonales, paralelos o ninguno de los dos. Calcule el coseno del ángulo entre ellos. Si son paralelos, encuentre números reales λ y μ tales que $\vec{v} = \lambda\vec{u}$ y $\vec{u} = \mu\vec{v}$. (*Vamos a ver que es "ser paralelo" en la clase el lunes.*)

(a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, (b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, (c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$.