Álgebra lineal

Taller 1

Sistemas lineales; determinante 2×2 .

Fecha de entrega: 15 de agosto de 2025

0. Recuerda escribir el número del grupo y los nombres de todos los integrantes bien visible y legible en la primera hoja de la entrega e indicar claramente si un integrante no aportó a la elaboración de la solución. Si estos datos faltan, el taller no será calificado y tendrá la nota 0. No aceptamos entregas fuera de grupos, ni más de una entrega por grupo.

8 pts.

1. Encuentre todas las soluciones de los siguientes sistemas y visualice las ecuaciones y las soluciones en el plano.

- (a) $3x + 5y = 7, \quad -9x - 15y = 10,$
- (b) $2x + 5y = 10, \quad x + 2y - 3 = 0,$
- (c) $2x + y = 4, \quad 3x - 2y = -1, \quad 5x + 3y = 7,$
- (d) $x + 5y = 3, \quad -3x + 2y = 8, \quad 2x + 3y = -1.$

3 pts.

2. En una bodega hay soluciones de un cierto químico con concentraciones de 1% y de 13%. ¿Cuántos mililitros de cada una de las soluciones disponibles se requieren para obtener 500 ml de una solución de este químico con concentración de 5%?

2 pts.

3. (a) Encuentre todos los números k tal que el siguiente sistema de ecuaciones tiene exactamente una solución y calcule esta solución.

$$kx + 5y = 0, \quad 3x + (2 + k)y = 0.$$

Qué pasa para los otros k ?

3 pts.

(b) Haga lo mismo para el sistema

$$kx + 5y = 5, \quad 3x + (2 + k)y = -3.$$

2 pts.

4. Encuentre todos los k tales que las siguientes rectas se intersecan en exactamente un punto. ¿Cuántas intersecciones hay para los otros k ?

$$3x - (k + 2)y = 3 \ln(2), \quad (k - 1)x + 5ky = \sqrt{7 - \pi}.$$

2 pts.

5. Considere la ecuación

$$2x - 3y = 5. \tag{*}$$

(a) ¿Existe otra ecuación lineal $ax + by = d$ tal que la solución del sistema de (*) y la nueva ecuación sea exactamente $(-2, -3)$?

Si su respuesta es sí, dé un ejemplo concreto y diga cuántas ecuaciones con esta propiedad hay. Si su respuesta es no, diga por qué no existe.

(b) Repita (a) pero con el punto $(1, 2)$ en lugar de $(-2, -3)$.

Ejercicios voluntarios¹

6. Diga si los siguientes sistemas de ecuaciones son sistemas lineales. (Las incógnitas son x, y, z etc.) Si lo son, diga de cuál tamaño $m \times n$ es y escriba la matriz y la matriz aumentada asociada. Si no lo son, diga por qué.

(a) $2x + 3y - 5z = 1, 4x - 5z = 8,$

(b) $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{5}{z} = 1, \frac{9}{x} + \frac{5}{y} - \frac{1}{z} = 3,$

(c) $6 \sin(x) + 2 \sin(y) + 3 \sin(z) = 4, 7x + y - 3z = 9,$

(d) $2x + 3y - 5z = 1, 4x - 5z = 8, x - y + z = 0, 6z - 5x + y - 8 = 4,$

(e) $2x + 3xy - 5z = 1, 6x - 2y = 7,$

(f) $2x^2 + 6y - 7z = 1, 4x - 5z = 8,$

(g) $2\frac{x}{y} + 3\frac{y}{z} - 5\frac{z}{x} = 1, 4x - 5z = 8.$

7. Considere la ecuación

$$3x + 4y = 5. \quad (*)$$

- (a) ¿Existe otra ecuación lineal tal que la solución del sistema de (*) y la nueva ecuación es $(3, -1)$? Encuentre tal ecuación o diga por qué no existe.
- (b) ¿Existen otras dos ecuaciones lineales tal que la solución del sistema de (*) y las nuevas ecuaciones es $(3, -1)$? Encuentre tales ecuaciones o diga por qué no existen.
- (c) ¿Existe otra ecuación lineal tal que la solución del sistema de (*) y la nueva ecuación es $(2, -3)$? Encuentre tal ecuación o diga por qué no existe.
- (d) ¿Existen otras dos ecuaciones lineales tal que la solución del sistema de (*) y las nuevas ecuaciones es $(2, -3)$? Encuentre tales ecuaciones o diga por qué no existen.
- (e) Encuentre otra ecuación lineal tal que el sistema de (*) y la nueva ecuación no tenga solución.
- (f) Encuentre otra ecuación lineal tal que el sistema de (*) y la nueva ecuación tenga infinitas soluciones.

¹Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de ninguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.