

Álgebra lineal

Taller 4

Rectas y planos.

Proceso de eliminación de Gauß y Gauß-Jordan.

Fecha de entrega: 20 de febrero de 2025

1. En \mathbb{R}^3 considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

1 pts.

(a) Encuentre por lo menos tres puntos que pertenecen a E y encuentre tres puntos que **no** pertenecen a E .

1 pts.

(b) Encuentre un punto en E y dos vectores \vec{v} y \vec{w} paralelos a E y no paralelos entre si.

1 pts.

(c) Encuentre un punto en E y un vector \vec{n} que es ortogonal a E .

1 pts.

(d) Encuentre un punto en E y dos vectores \vec{a} y \vec{b} paralelos a E con $\vec{a} \perp \vec{b}$.

¡Pruebe todas sus respuestas!

4 pts.

2. Para los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, -1)$ y los siguientes planos E :

- Encuentre la ecuación del plano.
- Determine si P pertenece al plano.
- Encuentre una recta que esté ortogonal a E y que contenga al punto Q .
- Encuentre una recta que esté paralela a E y que contenga al punto Q .

(i) E es el plano que contiene al punto $A(1, 0, 1)$ y es paralelo a los vectores $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(ii) E es el plano que contiene el punto $A(1, 0, 1)$ y es ortogonal al vector $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Considere el plano $E : 2x - y + 3z = 9$ y la recta $L : x = 3t + 1, y = -2t + 3, z = 5t$.

1 pts.

(a) Encuentre $E \cap L$.

1 pts.

(b) Encuentre una recta G que no interseque ni al plano E ni a la recta L . Pruebe su afirmación. ¿Cuántas rectas con esta propiedad hay?

2 pts.

(c) Encuentre un plano F que pase por los puntos $P(2, -5, 0)$ y $Q(0, 0, 3)$ y no es paralelo a E . ¿Cuántos planos con esta propiedad hay? ¿Se puede decir qué es $E \cap F$?

2 pts.

4. (a) En una panadería hay café, té, palito de queso y brownie. El primer cliente compra un café, un brownie y dos palitos de queso. Paga 12.000 pesos. El segundo cliente compra un té, un café y dos brownies. Paga 11.500 pesos. Después entran dos grupos de personas. El primer grupo pide 3 cafés, 4 té, 3 palitos de queso y 5 brownies. En total pagan 42.000 pesos. El otro grupo pide 5 cafés, un té, 4 palitos de queso y 3 brownies y paga 37.000 pesos. ¿Cuánto cuestan los productos café, té, palito de queso y brownie en la panadería?

2 pts.

(b) En un café un cliente pide dos espresos y 1 muffin y paga 7 euros. Un grupo de amigos pide 5 espresos y 6 muffins. Otro grupo pide 3 espresos y 4 muffins y paga 10 euros menos que el primer grupo. Determine cuánto cuestan el espreso y el muffin.

4 pts.

5. Use la eliminación de Gauß o Gauß-Jordan para encontrar todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

(a)
$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 7, \\2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 &= 2, \\5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 28, \\x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 6.\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 &= 13, \\x_1 - 2x_2 &= -4, \\4x_1 + 5x_2 &= 23.\end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 &= 2, \\-x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 &= -9, \\2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 19.\end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned}4x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= -13, \\2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 21, \\6x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 13.\end{aligned}$$