

# Álgebra lineal

## Taller 6

Matrices inversas; matrices elementales.

Fecha de entrega: 19 de septiembre de 2024

- 4 pts. 1. Sean  $R, S \in M(n, n)$  matrices invertibles. Demuestre que

$$RS = SR \iff R^{-1}S^{-1} = S^{-1}R^{-1}.$$

- 8 pts. 2. (a) Sean  $\vec{e}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $\vec{e}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Encuentre los vectores  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$  que obtenemos al rotar  $\vec{e}_1$  y  $\vec{e}_2$  por  $\pi/3$ .

- (b) Encuentre la matriz  $R \in M(2 \times 2)$  que representa rotación por  $\pi/3$ .

*Hint.* Recordar Taller 5, Ejercicio 1.

- (c) Encuentre la matriz  $P \in M(2 \times 2)$  que representa proyección sobre el eje  $y$ .

*Hint.* Usar un procedimiento análogo a (a) y (b).

- (d) Calcule  $RP$  y  $PR$ .

- (e) Tome un vector  $\vec{w} \in \mathbb{R}^2$  y haga gráficas de  $\vec{w}$ ,  $P\vec{w}$  y  $RP\vec{w}$  y de  $\vec{w}$ ,  $R\vec{w}$  y  $PR\vec{w}$  y explica porque esto ayuda a entender por qué en general la multiplicación de matrices no es conmutativa.

- 8 pts. 3. Para las incógnitas  $x, y$  y  $a, b$  consideramos los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$2x + 3y = a, \quad 5x - 2y = b \tag{1}$$

y

$$7a - 4b = 6, \quad 3a - 2b = 5. \tag{2}$$

- (a) Escriba ambos sistemas en forma matricial.  
 (b) Use (a) para encontrar el sistema lineal para  $x, y$  que no contiene a las incógnitas  $a, b$ .  
 (c) Use (a) para encontrar el sistema lineal para  $a, b$  que no contiene a las incógnitas  $x, y$ .  
 (d) Encuentre  $a, b, x, y$ .