Álgebra lineal

Taller 11

Kernels, imágenes de funciones lineales.

Fecha de entrega: 03 de noviembre de 2023

---

1. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2 pts. (a) Demuestre que E y F son invertibles. Describa cómo actuan geométricamente en $\mathbb{R}^2$.

2 pts. (b) Calcule $\operatorname{Im}(A)$, $\ker(A)$ y sus dimensiones. Dibuja $\operatorname{Im}(A)$ y $\ker(A)$, diga qué objetos geométricos son.

2 pts. (c) Calcule $\operatorname{Im}(A)$, $\operatorname{Im}(FA)$, $\operatorname{Im}(AE)$ y sus dimensiones. Dibújalos y diga cuál es la relación entre ellos.

2 pts. (d) Calcule $\ker(A)$, $\ker(FA)$, $\ker(AE)$ y sus dimensiones. Dibújalos y diga cuál es la relación entre ellos.

9 pts. **2.** De las siguientes matrices, encuentre una base para su kernel y la dimensión y encuentre una base para su imagen y la dimensión.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 8 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 13 & 1 \\ 0 & 2 & 7 & -1 \\ 4 & 5 & 25 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

1 pts. **3.** (a) Encuentre por lo menos dos diferentes funciones lineales biyectivas de $M(2 \times 2)$ a P_3.

1 pts. (b) Existe una función lineal biyectiva $S : M(2 \times 2) \to P_k$ para $k \in \mathbb{N},\ k \neq 3$?

1 pts. **4.** Sea $A \in M(m \times n)$ y suponga que A es biyectivo. Demuestre que $m = n$.

Ejercicios voluntarios[1]

---

5. Sea $A \in M(m \times n)$. Demuestre:

(I) A inyectiva $\Longrightarrow m \geq n$.

(II) A sobreyectiva $\Longrightarrow n \geq m$.

Demuestre que la implicación "$\Longleftarrow$" en (i) and (ii) en general es falsa.

[1] Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de niguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.