

Álgebra lineal

Producto cruz; planos y rectas en \mathbb{R}^3 .

Fecha de entrega: 01 de septiembre de 2023

1. En \mathbb{R}^3 considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

1 pts.

(a) Encuentre por lo menos tres puntos que pertenecen a E y encuentre tres puntos que **no** pertenecen a E .

1 pts.

(b) Encuentre un punto en E y dos vectores \vec{v} y \vec{w} paralelos a E y no paralelos entre si.

1 pts.

(c) Encuentre un punto en E y un vector \vec{n} que es ortogonal a E .

2 pts.

(d) Encuentre un punto en E y dos vectores \vec{a} y \vec{b} paralelos a E con $\vec{a} \perp \vec{b}$.

¡Pruebe todas sus respuestas!

6 pts.

2. Para los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, -1)$ y los siguientes planos E :

- Encuentre la ecuación del plano.
- Determine si P pertenece al plano.
- Encuentre una recta que esté ortogonal a E y que contenga al punto Q .
- Encuentre una recta que esté paralela a E y que contenga al punto Q .

(i) E es el plano que contiene al punto $A(1, 0, 1)$ y es paralelo a los vectores $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(ii) E es el plano que contiene el punto $A(1, 0, 1)$ y es ortogonal al vector $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Considere el plano $E : 2x - y + 3z = 9$ y la recta $L : x = 3t + 1, y = -2t + 3, z = 5t$.

1 pts.

(a) Encuentre $E \cap L$.

2 pts.

(b) Encuentre una recta G que no interseque ni al plano E ni a la recta L . Pruebe su afirmación. ¿Cuántas rectas con esta propiedad hay?

2 pts.

(c) Encuentre un plano F que pase por los puntos $P(2, -5, 0)$ y $Q(0, 0, 3)$ y no es paralelo a E . ¿Cuántos planos con esta propiedad hay? ¿Se puede decir qué es $E \cap F$?

2 pts.

4. (a) En una panadería hay café, té, palito de queso y brownie. El primer cliente compra un café, un brownie y dos palitos de queso. Paga 12.000 pesos. El segundo cliente compra un té, un café y dos brownies. Paga 11.500 pesos. Después entran dos grupos de personas. El primer grupo pide 3 cafés, 4 té, 3 palitos de queso y 5 brownies. En total pagan 42.000 pesos. El otro grupo pide 5 cafés, un té, 4 palitos de queso y 3 brownies y paga 37.000 pesos.

¿Cuánto cuestan los productos café, té, palito de queso y brownie en la panadería?

2 pts.

(b) En un café un cliente pide dos espresos y 1 muffin y paga 7 euros. Un grupo de amigos pide 5 espresos y 6 muffins. Otro grupo pide 3 espresos y 4 muffins y paga 10 euros menos que el primer grupo. Determine cuánto cuestan el espreso y el muffin.

Ejercicios voluntarios¹

5. Dados líneas L_1 y L_2 y el punto P , determine:

- si L_1 y L_2 son paralelas,
- si L_1 y L_2 tienen un punto de intersección,
- si P pertenece a L_1 y/o a L_2 ,
- una recta paralela a L_2 que pase por P .

(a) $L_1 : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad L_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}, \quad P(5, 2, 11).$

(b) $L_1 : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad L_2 : x = t + 1, \quad y = 3t - 4, \quad z = -t + 2, \quad P(5, 7, 2).$

6. En \mathbb{R}^3 considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

- (a) Demuestre que los vectores $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ son paralelos al plano E .
- (b) Encuentre números $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tal que $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} = \vec{v}$.
- (c) Demuestre que el vector $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ no es paralelo al plano E y encuentre vectores c_{\parallel} y c_{\perp} tal que c_{\parallel} es paralelo a E , c_{\perp} es ortogonal a E y $c = c_{\parallel} + c_{\perp}$.

¹Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de ninguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.