

# Álgebra lineal

10 pts.

1. Determine si las siguientes funciones son lineales. Si lo son, calcule el kernel y la dimensión del kernel.

(a)  $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow M(2 \times 2)$ ,  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y & x - z \\ x + y - 3z & z \end{pmatrix}$ ,

(b)  $B : \mathbb{R}^3 \rightarrow M(2 \times 2)$ ,  $B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xy & x - z \\ x + y - 3z & z \end{pmatrix}$ ,

(c)  $C : M(2 \times 2) \rightarrow M(2 \times 2)$ ,  $C(M) = M + M^t$

(d)  $D : P_3 \rightarrow P_4$ ,  $Dp = p' + xp$ ,

(e)  $S : P_3 \rightarrow M(2 \times 3)$ ,  $T(ax^3 + bx^2 + cx + d) = \begin{pmatrix} a + b & b + c & c + d \\ 0 & a + d & 3 \end{pmatrix}$ .

6 pts.

2. De las siguientes matrices, encuentre una base del kernel y de la imagen y las dimensiones correspondientes.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 8 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 13 & 1 \\ 0 & 2 & 7 & -1 \\ 4 & 5 & 25 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

3. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

1 pts.

- (a) Demuestre que  $E$  y  $F$  son invertibles. Describa cómo actúan geoméricamente en  $\mathbb{R}^2$ .

1 pts.

- (b) Calcule  $\text{Im}(A)$ ,  $\ker(A)$  y sus dimensiones. Dibuja  $\text{Im}(A)$  y  $\ker(A)$ , diga qué objetos geoméricos son.

1 pts.

- (c) Calcule  $\text{Im}(A)$ ,  $\text{Im}(FA)$ ,  $\text{Im}(AE)$  y sus dimensiones. Dibújalos y diga cuál es la relación entre ellos.

1 pts.

- (d) Calcule  $\ker(A)$ ,  $\ker(FA)$ ,  $\ker(AE)$  y sus dimensiones. Dibújalos y diga cuál es la relación entre ellos.