

Álgebra lineal

Taller 13

Representación matricial de transformaciones lineales.

Bases ortonormales.

Fecha de entrega: 12 de mayo de 2022

Sugerencia para los ejercicios 1 y 2: Sugerencia: Primero encuentra una base de \mathbb{R}^2 adaptada al problema y encuentre la representación matricial con respecto a esta base. Después haga un cambio de base para conseguir una representación matricial con respecto a la base canónica.

1. En \mathbb{R}^2 considere la recta $L : 2x - 3y = 0$. Sea P la proyección ortogonal sobre L .

2 pts.

(a) Encuentre la representación matricial de P (con respecto a la base canónica de \mathbb{R}^2).

2 pts.

(b) Encuentre el kernel de P y dé una interpretación geométrica.

2 pts.

(c) Encuentre la imagen de P y dé una interpretación geométrica.

2. En \mathbb{R}^3 considere el plano $E : 2x - y + z = 0$. Sea Q la proyección ortogonal sobre E .

2 pts.

(a) Encuentre la representación matricial de Q (con respecto a la base canónica de \mathbb{R}^3).

2 pts.

(b) Encuentre el kernel de Q y dé una interpretación geométrica.

2 pts.

(c) Encuentre la imagen de Q y dé una interpretación geométrica.

Una base $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_n\}$ de \mathbb{R}^n se llama *base ortonormal de \mathbb{R}^n* si

$$\langle \vec{u}_j, \vec{u}_k \rangle = \begin{cases} 0, & \text{si } j \neq k, \\ 1, & \text{si } j = k, \end{cases}$$

se decir, si los vectores son perpendiculares dos a dos y si además cada vector de la base tiene magnitud 1.

2 pts.

3. (a) Complete $\begin{pmatrix} 1/4 \\ \sqrt{15}/16 \end{pmatrix}$ a una base ortonormal para \mathbb{R}^2 . ¿Cuántas posibilidades hay para hacerlo?

1 pts.

(b) Complete $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$ a una base ortonormal para \mathbb{R}^3 . ¿Cuántas posibilidades hay para hacerlo?

1 pts.

(c) Complete $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ a una base ortonormal para \mathbb{R}^3 . ¿Cuántas posibilidades hay para hacerlo?

4. Considere el plano E en \mathbb{R}^3 dado por $x + y - 3z = 0$.

2 pts.

(a) Encuentre una base ortonormal para E .

2 pts.

(b) Complete la base encontrada en el literal anterior a una base ortonormal de \mathbb{R}^3 .