Universidad de los Andes, MATE-1105

# Álgebra lineal

Taller 9

Subespacios y subespacios afines.

Fecha de entrega: 15 de abril de 2021

---

**1.** Considere los sistemas de ecuaciones lineales

$$(1) \quad \begin{Bmatrix} x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 5y + 6z = 0 \\ 7x + 8y + 9z = 0 \end{Bmatrix}, \qquad (2) \quad \begin{Bmatrix} x + 2y + 3z = 3 \\ 4x + 5y + 6z = 9 \\ 7x + 8y + 9z = 15 \end{Bmatrix}.$$

Sea $U$ el conjunto de todas las soluciones de (1) y $W$ el conjunto de todas las soluciones de (2). Note que se pueden ver como subconjuntos de $\mathbb{R}^3$.

3 pts. (a) Demuestre que $U$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$ y descríbalo geométricamente.

1 pts. (b) Demuestre que $W$ no es un subespacio de $\mathbb{R}^3$.

3 pts. (c) Demuestre que $W$ es un subespacio afín de $\mathbb{R}^3$ y descríbalo geométricamente.

2 pts. **2.** (a) Sean $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Escriba $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ como combinación lineal de $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$.

2 pts. (b) ¿Es $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ combinación lineal de $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$?

2 pts. (c) ¿Es $A = \begin{pmatrix} 13 & -5 \\ 50 & 8 \end{pmatrix}$ combinación lineal de

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix},\ A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix},\ A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}?$$

**3.** Sean $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ y sea $U = \operatorname{span}\{\vec{v}_1,\ \vec{v}_2\}$.

2 pts. (a) Diga qué es $U$ geométricamente.

1 pts. (b) Encuentre tres vectores diferentes en $U$.

1 pts. (c) Encuentre tres vectores diferentes en $\mathbb{R}^3$ que no pertenecen a $U$.

3 pts. (d) ¿Los vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{a}, \vec{b}$ pertenecen a $U$?

---

**Ejercicios voluntarios**[1]

---

[1] Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de niguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.

4. Demuestre que

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \ : \ \begin{matrix} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \end{matrix} \right\}$$

es un subespacio de $\mathbb{R}^4$.

5. Demuestre que

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \ : \ \begin{matrix} 3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 = 5 \end{matrix} \right\}$$

es un subespacio afín de $\mathbb{R}^4$.