Álgebra lineal

Taller 6

Matrices inversas; transposición de matrices. Fecha de entrega: 12 de marzo de 2021

5 pts. **1.** De las siguientes matrices determine si son invertibles. Si lo son, encuentre su matriz inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Una tienda vende dos tipos de cajitas de dulces:
Tipo A contiene 1 chocolate y 3 mentas, Tipo B contiene 2 chocolates y 1 menta.

2 pts. (a) Dé una ecuación de la forma $A\vec{x} = \vec{b}$ que describe lo de arriba. Diga que siginifican los vectores $\vec{x}$ y $\vec{b}$.

2 pts. (b) Calcule, usando el resultado de (a), cuantos chocolates y cuantas mentas contienen:

(i) 1 caja de tipo A y 3 de tipo B,
(ii) 4 cajas de tipo A y 2 de tipo B,
(iii) 2 caja de tipo A y 6 de tipo B,
(iv) 3 cajas de tipo A y 5 de tipo B.

2 pts. (c) Determine si es posible conseguir

(i) 5 chocolates y 15 mentas,
(ii) 2 chocolates y 11 mentas,
(iii) 21 chocolates y 23 mentas,
(iv) 14 chocolates y 19 mentas.

comprando cajitas de dulces en la tienda. Si es posible, diga cuántos de cada tipo se necesitan.

3. Sea $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & k \end{pmatrix}$ y considere la ecuación

$$A_k\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \qquad (*)$$

1 pts. (a) Encuentre todos los $k \in \mathbb{R}$ tal que $(*)$ tiene exactamente una solución para $\vec{x}$.

1 pts. (b) Encuentre todos los $k \in \mathbb{R}$ tal que $(*)$ tiene infinitas soluciones para $\vec{x}$.

1 pts. (c) Encuentre todos los $k \in \mathbb{R}$ tal que $(*)$ tiene ninguna solución para $\vec{x}$.

3 pts. (d) Haga lo mismo para $A_k\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ en vez de $(*)$.

3 pts. (e) Haga los mismo para $A_k\vec{x} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ en vez de $(*)$ donde $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ es un vector arbitrario distinto de $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicios voluntarios[1]

4. Sean $R, S \in M(n,n)$ matrices invertibles. Demuestre que

$$RS = SR \quad \iff R^{-1}S^{-1} = S^{-1}R^{-1}.$$

5. Sea $A \in M(m,n)$. Demuestre que AA^t y A^tA son matrices simétricas.

[1] Los ejercicios voluntarios no aportan a la nota de niguna forma. Si los entregan de forma ordenada y bien legibles, intentaremos calificarlos para fines de retroalimentación.