

Álgebra lineal

Taller 2

Vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

Fecha de entrega: 07 de febrero de 2019

1. Para las siguientes vectores \vec{u} y \vec{v} decida si son ortogonales, paralelos o ninguno de los dos. Calcule el coseno del ángulo entre ellos. Si son paralelos, encuentre números reales λ y μ tales que $\vec{v} = \lambda\vec{u}$ y $\vec{u} = \mu\vec{v}$.

(a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix},$

(b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$

(c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix},$

(d) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$

2. (a) Para las siguientes parejas \vec{v} y \vec{w} encuentre todos los $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que \vec{v} y \vec{w} son paralelos:

(i) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} \alpha \\ -2 \end{pmatrix},$ (ii) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 2 \end{pmatrix},$ (iii) $\vec{v} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 2 \end{pmatrix},$

- (b) Para las siguientes parejas \vec{v} y \vec{w} encuentre todos los $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que \vec{v} y \vec{w} son perpendiculares:

(i) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} \alpha \\ -2 \end{pmatrix},$ (ii) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ \alpha \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2 \end{pmatrix},$ (iii) $\vec{v} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 2 \end{pmatrix},$

3. (a) Calcule el área del paralelogramo con los vértices adyacentes $A(1, 2, 3), B(2, 3, 4), C(-1, 2, -5)$.

- (b) Calcule el volumen del paralelepipedo determinado por los vectores

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

4. (a) Demuestre que no existe un elemento neutral para el producto cruz en \mathbb{R}^3 . Es decir: Demuestre que no existe ningún vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{v} \times \vec{w} = \vec{w}$ para todo $\vec{w} \in \mathbb{R}^3$.

- (b) Sea $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

(I) Encuentre todos los vectores $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ tales que $\vec{a} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

(II) Encuentre todos los vectores $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ tales que $\vec{v} \cdot \vec{w} = 4$.