

# Álgebra lineal

## Taller 6

Matrices elementales; determinantes.

Fecha de entrega: 09 de marzo de 2018

1. De las siguientes matrices calcule la determinante. Determine si las matrices son invertibles. Si lo son, encuentre su matriz inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -14 & 21 \\ 12 & -18 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Para las siguientes matrices encuentre matrices elementales  $E_1, \dots, E_n$  tal que  $E_1 \cdot E_2 \cdots E_n A$  es de la forma triangular superior.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Escribe la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \\ -2 & -2 & -6 \end{pmatrix}$  como producto de matrices elementales y calcule el determinante de  $A$  usando las matrices elementales encontradas.

4. Falso o verdadero? Pruebe sus respuestas.

- Si  $A$  es una matriz simétrica invertible, entonces  $A^{-1}$  es simétrica.
- Si  $A, B$  son matrices simétricas, entonces  $AB$  es simétrica.
- Si  $AB$  es una matriz simétrica, entonces  $A, B$  son matrices simétricas.
- Si  $A, B$  son matrices simétricas, entonces  $A + B$  es simétrica.
- Si  $A + B$  es una matriz simétrica, entonces  $A, B$  son matrices simétricas.
- Si  $A$  es una matriz simétrica, entonces  $A^t$  es simétrica.
- $AA^t = A^tA$ .

5. (a) Demuestre lo siguiente:

- Si  $A \in M(n \times n)$  y  $A\vec{x} = \vec{0}$  para todo  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ , entonces  $A = 0$ .
  - Si  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$  y  $A\vec{x} = \vec{0}$  para todo  $A \in M(n \times n)$ , entonces  $\vec{x} = \vec{0}$ .
- Sea  $A \in M(m, n)$ . Demuestre que  $AA^t$  y  $A^tA$  son matrices simétricas.
  - Calcule  $(S_j(c))^t, (Q_{ij}(c))^t, (P_{ij})^t$ .