

Álgebra lineal

Taller 3

Planos y rectas en \mathbb{R}^3 ; Eliminación de Gauß y Gauß-Jordan. Fecha de entrega: 16 de febrero de 2018

1. Considere el plano $E : 2x - y + 3z = 9$ y la recta $L : x = 3t + 1, y = -2t + 3, z = 5t$.

 - Encuentre $E \cap L$.
 - Encuentre una recta G que no interseca el plano E ni la recta L . Pruebe su afirmación. ¿Cuántas rectas con esta propiedad hay?
2. En \mathbb{R}^3 considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

 - Demuestre que los vectores $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ son paralelos al plano E .
 - Encuentre números $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tal que $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} = \vec{v}$.
 - Demuestre que el vector $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ no es paralelo al plano E y encuentre vectores c_{\parallel} y c_{\perp} tal que c_{\parallel} es paralelo a E , c_{\perp} es ortogonal a E y $c = c_{\parallel} + c_{\perp}$.
3. Use la eliminación de Gauß o Gauß-Jordan para encontrar todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

<p>(a)</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 &= 2, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 28, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 6. \end{aligned}$	<p>(b)</p> $\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 13, \\ x_1 - 2x_2 &= -4, \\ 4x_1 + 5x_2 &= 23. \end{aligned}$
<p>(c)</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 &= 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 &= -9, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 19. \end{aligned}$	<p>(d)</p> $\begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= -13, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 21, \\ 6x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 13. \end{aligned}$
4. (a) En una panadería hay café, té, palito de queso y brownie. El primer cliente compra un café, un brownie y dos palitos de queso. Paga 12.000 pesos. El segundo cliente compra un té, un café y dos brownies. Paga 11.500 pesos. Después entran dos grupos de personas. El primer grupo pide 3 cafés, 4 té, 3 palitos de queso y 5 brownies. En total pagan 42.000 pesos. El otro grupo pide 5 cafés, un té, 4 palitos de queso y 3 brownies y paga 37.000 pesos.

¿Cuánto cuestan los productos café, té, palito de queso y brownie en la panadería?
 - (b) En un café un cliente pide dos espresos y 1 muffin y paga 7 euros. Un grupo de amigos pide 5 espresos y 6 muffins. Otro grupo pide 3 espresos y 4 muffins y paga 10 euros menos que el primer grupo. Determine cuánto cuestan el espreso y el muffin.
5. Sea E un plano en \mathbb{R}^2 y sean \vec{a}, \vec{b} vectores paralelos a E , pero no paralelos entre sí. Demuestre:

 - para todo $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, el vector $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ es paralelo al plano;
 - que para cualquier vector \vec{v} paralelo al plano existen $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{v} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$.