Universidad de los Andes, MATE-1105

Álgebra lineal

Taller 2

Vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. Fecha de entrega: 09 de febrero de 2018

---

1. Dados líneas L_1 y L_2 y el punto P, determine:
   - si L_1 y L_2 son paralelas,
   - si L_1 y L_2 tienen un punto de intersección,
   - si P pertenece a L_1 y/o a L_2,
   - una recta paralela a L_2 que pase por P.

   (a) $L_1 : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\quad L_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$, $\quad P(5, 2, 11)$.

   (b) $L_1 : \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\quad L_2 : x = t + 1,\ y = 3t - 4,\ z = -t + 2$, $\quad P(5, 7, 2)$.

2. En $\mathbb{R}^3$ considere el plano E dado por $E : 3x - 2y + 4z = 16$.

   (a) Encuentre por lo menos tres puntos que pertenecen a E.

   (b) Encuentre un punto en E y dos vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ en E que no son paralelos entre si.

   (c) Encuentre un punto en E y un vector $\vec{n}$ que es ortogonal a E.

   (d) Encuentre un punto en E y dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ en E con $\vec{a} \perp \vec{b}$.

3. Para los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, -1)$ y los siguientes planos E:
   - Encuentre la ecuación del plano.
   - Determine si P pertenece al plano.
   - Encuentre una recta que esté ortogonal a E y que contenga al punto Q.

   (i) E es el plano que contiene al punto $A(1, 0, 1)$ y es paralelo a los vectores $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   (ii) E es el plano que contiene los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(3, 2, 4)$.

   (iii) E es el plano que contiene el punto $A(1, 0, 1)$ y es ortogonal al vector $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. (a) Calcule el área del paralelogramo con los vértices adyacentes $A(1, 2, 3)$, $B(2, 3, 4)$, $C(-1, 2, -5)$.

   (b) Calcule el volumen del paralelepipedo determinado por los vectores $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$.

5. (a) Demuestre que no existe un elemento neutral para el producto cruz en $\mathbb{R}^3$. Es decir: Demuestre que no existe ningún vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{v} \times \vec{w} = \vec{w}$ para todo $\vec{w} \in \mathbb{R}^3$.

   (b) Sea $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

   (i) Encuentre todos los vectores $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ tales que $\vec{a} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

   (ii) Encuentre todos los vectores $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ tales que $\vec{v} \cdot \vec{w} = 4$.