Álgebra lineal

Taller 15

Diagonalización de matrices; secciones cónicas. Fecha de entrega: 28 de noviembre de 2017

---

1. (a) Sea $\Phi : M(2\times 2,\mathbb{R}) \to M(2\times 2,\mathbb{R}),\ \Phi(A) = A^t$. Encuentre los valores propios y los espacios propios de Φ.
   (b) Sea P_2 el espacio vectorial de polinomios de grade menor o igual a 0 con coeficientes reales. Encuentre los valores propios y los espacios propios de $T : P_2 \to P_2, \quad Tp = p' + 3p$.

2. Encuentre los valores propios y los espacios propios de las siguientes matrices $n\times n$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & n \end{pmatrix},$$

3. Encuentre una substitución ortogonal que diagonalice las formas cuadráticas dadas y encuentre la forma diagonal. Haga un bosquejo de las soluciones de $F(x_1,x_2) = 1$ y $F(x_1,x_2) = 0$.
   (a) $F(x_1,x_2) = 3x_1^2 + 4x_2^2$,
   (b) $F(x_1,x_2) = 3x_1^2 - 4x_2^2$,
   (c) $F(x_1,x_2) = 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2$,
   (d) $F(x_1,x_2) = x_1^2 - 4x_1x_2$.

4. Encuentre una substitución ortogonal que diagonalice las formas cuadráticas dadas y encuentre la forma diagonal. Haga un bosquejo de las soluciones. Si es un elipse, calcule las longitudes de las ejes principales y el ángulo que tienen con el eje x. Si es una hipérbola, calcule en ángulo que tiene las asíntotas con el eje x.
   (a) $10x^2 - 6xy + 2y^2 = 4$,
   (b) $x^2 - 9y^2 = 2$,
   (c) $x^2 - 9y^2 = 20$ (compare la solución con la del literal anterior!)
   (d) $11x^2 - 16xy - y^2 = 30$,
   (e) $x^2 - 36xy - 27y^2 = 30$.

5. (a) Demuestre que la solución de $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ es una (posiblemente degenerada o vacía)
      (i) elipse si $b^2 - 4ac < 0$,
      (ii) hipérbola si $b^2 - 4ac > 0$,
      (iii) parábola si $b^2 - 4ac = 0$.
   (b) Encuentre la sección cónica dada por $2x^2 + 8xy + 8y^2 - 3x + 2y = 13$.