Universidad de los Andes, MATE-1105

Álgebra lineal — Taller 6

Matrices elementales; determinantes. — Fecha de entrega: 22 de septiembre de 2017

---

1. De las siguientes matrices calcule la determinante. Determine si las matrices son invertibles. Si lo son, encuentre su matriz inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -14 & 21 \\ 12 & -18 \end{pmatrix}. \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Para las sigientes matrices encuentre matrices elementales $E_1, \dots, E_n$ tal que $E_1 \cdot E_2 \cdot \dots \cdot E_n A$ es de la forma triangular superior.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Escribe la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \\ -2 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ como producto de matrices elementales y calcule el determinante de A usando las matrices elementales encontradas.

4. Falso o verdadero? Pruebe sus respuestas.
   (a) Si A es una matriz simétrica invertible, entonces A^{-1} es símetrica.
   (b) Si A, B son matrices simétricas, entonces AB es símetrica.
   (c) Si AB es una matriz simétrica, entonces A, B son matrices simétricas.
   (d) Si A, B son matrices simétricas, entonces $A + B$ es símetrica.
   (e) Si $A + B$ es una matriz simétrica, entonces A, B son matrices simétricas.
   (f) Si A es una matriz simétrica, entonces A^t es símetrica.
   (g) $AA^t = A^tA$.

5. (a) Demuestre lo siguiente:
      (i) Si $A \in M(n \times n)$ y $A\vec{x} = \vec{0}$ para todo $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, entonces $A = 0$.
      (ii) Si $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ y $A\vec{x} = \vec{0}$ para todo $A \in M(n \times n)$, entonces $\vec{x} = \vec{0}$.
   (b) Sea $A \in M(m, n)$. Demuestre que AA^t y A^tA son matrices simétricas.
   (c) Calcule $(S_j(c))^t, (Q_{ij}(c))^t, (P_{ij})^t$.