

# Álgebra lineal

## Taller 4

Matrices y vectores I.

Fecha de entrega: 31 de agosto de 2016

1. Calcule todas las posibles combinaciones (matriz)(vector):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 4 & 8 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 8 \\ 1 & 4 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ \pi \end{pmatrix}.$$

2. Sean  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  y  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 17 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Encuentre todos los vectores  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$  tal que  $A\vec{x} = \vec{b}$ .

3. Sea  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & k \end{pmatrix}$  y considere la ecuación

$$A_k \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (*)$$

- Encuentre todos los  $k \in \mathbb{R}$  tal que (\*) tiene exactamente una solución para  $\vec{x}$ .
- Encuentre todos los  $k \in \mathbb{R}$  tal que (\*) tiene infinitas soluciones para  $\vec{x}$ .
- Encuentre todos los  $k \in \mathbb{R}$  tal que (\*) tiene ninguna solución para  $\vec{x}$ .
- Haga lo mismo para  $A_k \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  en vez de (\*).
- Haga lo mismo para  $A_k \vec{x} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$  en vez de (\*) donde  $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$  es un vector arbitrario distinto de  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

4. Sea  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

- Demuestre que no existe  $\vec{y} \neq 0$  tal que  $M\vec{y} \perp \vec{y}$ .
  - Encuentre todos los vectores  $\vec{x} \neq 0$  tal que  $M\vec{x} \parallel \vec{x}$ . Para cada tal  $\vec{x}$ , encuentre  $\lambda \in \mathbb{R}$  tal que  $M\vec{x} = \lambda\vec{x}$ .
5. (a) Sea  $A \in M(m \times n)$  y sean  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Demuestre que  $A(\vec{x} + \lambda\vec{y}) = A\vec{x} + \lambda A\vec{y}$ .
- (b) Demuestre que el espacio  $M(m \times n)$  es un espacio vectorial con la suma de matrices y producto con  $\lambda \in \mathbb{R}$  definido en clase.