

# Álgebra lineal

## Taller 3

Planos y rectas en  $\mathbb{R}^3$ ; Eliminación de Gauß y Gauß-Jordan. Fecha de entrega: 24 de agosto de 2016

---

1. Considere el plano  $E : 2x - y + 3z = 9$  y la recta  $L : x = 3t + 1, y = -2t + 3, z = 5t$ .

  - Encuentre  $E \cap L$ .
  - Encuentre una recta  $G$  que no interseca el plano  $E$  ni la recta  $L$ . Pruebe su afirmación. ¿Cuántas rectas con esta propiedad hay?
2. En  $\mathbb{R}^3$  considere el plano  $E$  dado por  $E : 3x - 2y + 4z = 16$ .

  - Demuestre que los vectores  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  son paralelos al plano  $E$ .
  - Encuentre números  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  tal que  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b} = \vec{v}$ .
  - Demuestre que el vector  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  no es paralelo al plano  $E$  y encuentre vectores  $c_{\parallel}$  y  $c_{\perp}$  tal que  $c_{\parallel}$  es paralelo a  $E$ ,  $c_{\perp}$  es ortogonal a  $E$  y  $c = c_{\parallel} + c_{\perp}$ .
3. Use la eliminación de Gauß o Gauß-Jordan para encontrar todas las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

<p>(a)</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 &= 2, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 &= 28, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 6. \end{aligned}$	<p>(b)</p> $\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 13, \\ x_1 - 2x_2 &= -4, \\ 4x_1 + 5x_2 &= 23. \end{aligned}$
<p>(c)</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 &= 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 &= -9, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 19. \end{aligned}$	<p>(d)</p> $\begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= -13, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 21, \\ 6x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 13. \end{aligned}$
4. (a) En una panadería hay café, té, palito de queso y brownie. El primer cliente compra un café, un brownie y dos palitos de queso. Paga 12.000 pesos. El segundo cliente compra un té, un café y dos brownies. Paga 11.500 pesos. Después entran dos grupos de personas. El primer grupo pide 3 cafés, 4 té, 3 palitos de queso y 5 brownies. En total pagan 42.000 pesos. El otro grupo pide 5 cafés, un té, 4 palitos de queso y 3 brownies y paga 37.000 pesos.  
¿Cuánto cuestan los productos café, té, palito de queso y brownie en la panadería?

(b) En un café un cliente pide dos espresos y 1 muffin y paga 7 euros. Un grupo de amigos pide 5 espresos y 6 muffins. Otro grupo pide 3 espresos y 4 muffins y paga 10 euros menos que el primer grupo. Determine cuánto cuestan el espreso y el muffin.
5. Sea  $E$  un plano en  $\mathbb{R}^2$  y sean  $\vec{a}, \vec{b}$  vectores paralelos a  $E$ , pero no paralelos entre sí. Demuestre:

  - para todo  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ , el vector  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$  es paralelo al plano;
  - que para cualquier vector  $\vec{v}$  paralelo al plano existen  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  tal que  $\vec{v} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ .