

Segundo Examen Parcial 201520, 15 de septiembre de 2015

NOMBRE: _____ CÓDIGO: _____ SECCIÓN COMPL.: _____

1	2	3	4	5	6	Σ

Esto es un examen individual. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc. Cualquier dispositivo electrónico (celulares, calculadoras, tabletas etc.) debe estar apagado y guardado durante el examen desde que entre el salón hasta que haya entregado el examen y salido del salón.

Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma clara y ordenada el procedimiento completo que permite llegar a la respuesta. Si usa algún teorema, explique claramente cual es y por qué es aplicable.

Devuelva esta hoja con todas las hojas que haya utilizado. Escriba su nombre en cada hoja que haya utilizado. Tiempo: 7:00-8:20 am (80 min).

¡Buena suerte!

5 pts.

Problema 1. Diga por qué la siguiente integral es impropia. Diga si la integral converge o diverge. Justifique sus respuestas.

$$\int_2^{\infty} \frac{x}{(5x^2 + \arctan x)(x^2 - 4)^{\frac{1}{3}}} dx.$$

10 pts.

Problema 2. Determine si las siguientes sucesiones convergen. En caso de convergencia, determine su límite. Justifique sus respuestas.

$$(a) \left(\frac{n! \cos(n)}{n^n} \right)_{n \in \mathbb{N}}, \quad (b) \left(\frac{n \cos(1/n^2) - \sqrt[4]{7n^{10} + e^{-n} + \cos n}}{8n^2 + \sqrt{n}(n^2 + 1)} \right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

10 pts.

Problema 3. Para cada una de las siguientes series convergen, determine si converge o si diverge. En caso de convergencia, calcule su límite. Pruebe sus respuestas.

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5^{n/2} + 3\pi^n}{4^n}, \quad (b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

20 pts.

Problema 4. Para cada una de las siguientes series, determine si converge o si diverge. En caso de convergencia, determine si converge absolutamente. Pruebe sus respuestas.

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos(n))^n}{n^4 + 4n + 2^n}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(2n)!}.$$

5 pts.

Problema 5. Determine para cuales $p \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2p} (\cos(1/n))^n}{\sqrt[3]{n + 4n^7}}$ converge y para cuales p diverge. Justifique su respuesta.

Segundo Examen Parcial 201520, 15 de septiembre de 2015

NOMBRE: _____ CÓDIGO: _____ SECCIÓN COMPL.: _____

1	2	3	4	5	6	Σ

Esto es un examen individual. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc. Cualquier dispositivo electrónico (celulares, calculadoras, tabletas etc.) debe estar apagado y guardado durante el examen desde que entre el salón hasta que haya entregado el examen y salido del salón.

Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma clara y ordenada el procedimiento completo que permite llegar a la respuesta. Si usa algún teorema, explique claramente cual es y por qué es aplicable.

Devuelva esta hoja con todas las hojas que haya utilizado. Escriba su nombre en cada hoja que haya utilizado. Tiempo: 7:00-8:20 am (80 min).

¡Buena suerte!

5 pts.

Problema 1. Diga por qué la siguiente integral es impropia. Diga si la integral converge o diverge. Justifique sus respuestas.

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x^2 + e^{-x})(x^2 - 9)^{\frac{1}{3}}} dx.$$

10 pts.

Problema 2. Determine si las siguientes sucesiones convergen. En caso de convergencia, determine su límite. Justifique sus respuestas.

$$(a) \left(\frac{\sin(n)}{n! + n^n} \right)_{n \in \mathbb{N}}, \quad (b) \left(\frac{n \arctan(1/n^2) + \sqrt{n}(n^2 + 1)}{3n^2 + \sqrt[4]{5}n^{10} + e^{-n} + \cos n} \right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

10 pts.

Problema 3. Para cada una de las siguientes series convergen, determine si converge o si diverge. En caso de convergencia, calcule su límite. Pruebe sus respuestas.

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5^{n/2} + 3\pi^n}{4^n}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}.$$

20 pts.

Problema 4. Para cada una de las siguientes series, determine si converge o si diverge. En caso de convergencia, determine si converge absolutamente. Pruebe sus respuestas.

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin(n))^n}{n^3 + 3\sqrt{n} + 5^n}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n)!}.$$

5 pts.

Problema 5. Determine para cuales $p \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{p/3} (\arctan(n))^{2p}}{\sqrt[8]{n^2 + 4}}$ converge y para cuales p diverge. Justifique su respuesta.