

Tarea 4

- Fecha de entrega: 4 de mayo de 2015.
- Indique claramente en la primera página cuales ejercicios entrega usando una tabla como ésta:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

que contiene exactamente los puntos que entrega.

- Indique claramente en su hoja tanto su nombre como la sección de la clase complementaria¹ a la cual pertenece. **Si el número de la sección no está claramente indicado, la tarea no será calificada.**
- Si usa algún teorema, explique claramente cual y porque es aplicable.

Problem 1. Encuentre la solución general de

- (a) $\tan x \cos y = y' \tan y$,
- (b) $yy' = e^{x+2y} \sin x$,
- (c) $xy' + y = y^2 x^2 \ln x, \quad x > 0$,
- (d) $y' = \frac{x+y}{x-y}, \quad \text{Ayuda. Use la substitución } u = \frac{y}{x}.$

Problem 2. Encuentre la solución de $y\sqrt{1-x^2}y' = x, y(0) = -3$.

Problem 3. Un tanque contiene 200 gal de agua salada con 15 lb de sal disuelta. Agua salada con 3 lb de sal por galón entra al tanque a razón de 2 gal/min y la mezcla bien agitada sale a razón de 2 gal/min.

- (a) Encuentre la cantidad de sal en el tanque en cualquier tiempo $t \geq 0$.
- (b) Determine la cantidad de sal que hay en el tanque después de 5 minutos.
- (c) Calcular la concentración de sal en el tanque después de 15 minutos.
- (d) ¿Cual es la máxima cantidad de sal que puede llegar a tener el tanque?
- (e) ¿Como cambia el resultado en (a) si el agua salada entra a razón de 4 gal/min en vez de 2 gal/min?

Problem 4. Encuentre la solución general de

- (a) $y'' + y = \cot^2 x$,
- (b) $y'' - y = \frac{1}{1+e^x}$,

¹Sec. 2: Jorge Ferro; Sec. 3: Andrés Galindo, 8-8:50

Sec. 4: Diana Castañeda; Sec. 5: Andrés Galindo, 9-9:50.

- (c) $y'' + y' - 2y = e^x + e^{2x}$,
(d) $y'' + y' - 6y = 2x^3 + 5x^2 - 7x + 2$,
(e) $y'' - 3y = 2e^{2x} \sin(x)$,
(f) $y'' + 4y = 3x \cos x$.

Problem 5. Encuentre la solución general de

- (a) $y'' + 6y' + 13y = 0$,
(b) $y'' - 8y' + 16y = 0$,
(c) $3y'' - 12y' + 9y = 0$.

Problem 6. Encuentre la solución general de

- (a) $y'' + 2y' - 15y = e^{2x}$,
(b) $y'' + 2y' - 15y = e^{5x}$,
(c) $y'' + 2y' - 15y = \sin(5x)$,
(d) $y'' - 8y' + 16y = x^3 + x$,
(e) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos x$.

Problem 7. Encuentre la solución general de

$$y'' - y' - 2y = 10xe^{2x} \cos(x).$$

Problem 8. Encuentre la solución del problema de valor inicial

$$y'' - 4y' + 5y = e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Problem 9. Encuentre la solución del problema de valor en la frontera

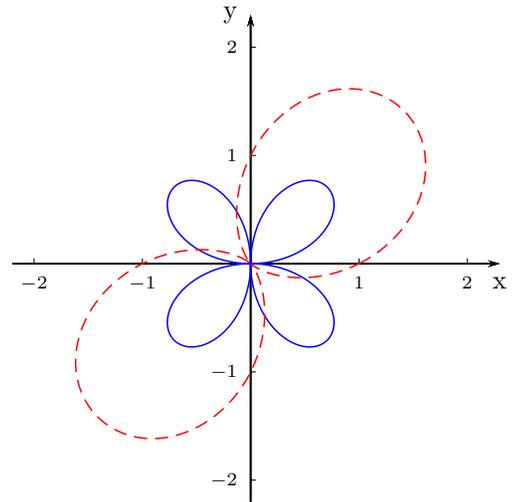
$$y'' - y = 4x^2 e^{3x}, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Problem 10. Halle el área encerrada por las curvas

$$r = 2, \quad r = 3 \cos t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Problem 11. Considere las curvas $C_1 : r_1 = \sin(2t)$, $C_2 : r_2 = 1 + \sin(2t)$ para $0 \leq t \leq 2\pi$.

- (a) Haz un dibujo de las curvas.
- (b) Calcule la longitud de la curva C_1 .
- (c) Calcule el área encerrada por un lazo (loop) de la curva C_1 .
- (d) Calcule el área encerrada por un lazo (loop) de la curva C_2 .
- (e) Calcule todos los puntos de intersección de las dos curvas.
- (f) Calcule el área del cuarto cuadrante que está encerrada por C_1 pero fuera de C_2 .



Problem 12. Considere la curva C dada por

$$x(t) = t^2 + 1, \quad y(t) = t^2 + 4t - 3, \quad t \in [-3, 3].$$

- (a) Determine si el punto $P(2, 5)$ pertenece a la curva.
- (b) Plantea la ecuación de la tangente a la curva en el punto $Q(2, -6)$. Determine el ángulo entre el eje x positivo y la tangente en este punto.
- (c) Encuentre todos los puntos en los cuales la curva tiene una tangente horizontal.
- (d) Plantea la fórmula para el área entre el eje x y el pedazo de la curva entre los puntos $Q(2, -6)$ y el punto donde la curva tiene una tangente horizontal. (No es necesario evaluar la fórmula).